

XXII ВУЗОВСКО-АКАДЕМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, 2023

7 класс

7.1. Паша записал в тетради равенство, состоящее из целых чисел и знаков арифметических действий. Затем в выражении в левой части равенства он зашифровал каждую цифру и знак действия буквой, заменив одинаковые цифры или знаки одинаковыми буквами, а разные — разными. У него получилось равенство:

$$\text{ВУЗАКАДЕМ} = 2023.$$

Придумайте хотя бы один вариант выражения, которое мог зашифровать Паша. Арифметическими действиями могут быть сложение, вычитание, умножение и деление. Скобки использовать нельзя.

7.2. Дан четырёхугольник $ABCD$. Его диагонали AC и BD пересекаются внутри четырёхугольника. Эти диагонали делят углы четырёхугольника на две меньшие части, т. е. образуются 8 углов, по два в каждой из вершин четырёхугольника. Могут ли 3 из этих 8 углов оказаться тупыми?

7.3. В ряд стоят 55 коробок, пронумерованных по порядку числами от 1 до 55. В каждой коробке лежит не более 10 шаров, причём в любых двух соседних коробках количество шаров отличается ровно на 1. Известно, что в коробках с номерами 1, 4, 7, 10, ..., 55 лежит суммарно 181 шар. Какое наименьшее количество шаров может быть суммарно во всех 55 коробках?

7.4. На доске записаны все натуральные числа от 1 до 100 включительно. Вася выбирает пару чисел на доске, наибольший общий делитель которых больше единицы, и стирает одно из них. Какое наименьшее количество чисел может оставить Вася такими действиями?

7.5. Паша играет в компьютерную игру. Игра происходит на бесконечном клетчатом поле. В каждой клетке находится одно из двух: либо сокровище, либо натуральное число. Число показывает расстояние до ближайшего сокровища по клеткам (если до сокровища нужно сделать A шагов по вертикали и B шагов по горизонтали, то в клетке написано число $A + B$). За один ход Паша может узнать содержимое одной клетки. Цель игры — найти хотя бы одно сокровище.

а) Паша вскрыл три клетки, идущие подряд по горизонтали. В каждой из них оказалось число 5. Какое наименьшее число ходов нужно ещё сделать Паше, чтобы наверняка найти сокровище? (2 балла)

б) Паша вскрыл какие-то три клетки, и в них оказались числа. Могло ли так случиться, что по этой информации Паша может гарантированно найти сокровище следующим ходом? (3 балла)

в) Паше известно, что каждое число на поле не превосходит некоторого фиксированного $K \geq 3$. Может ли Паша наверняка найти сокровище, сделав не более $K + 3$ ходов? (4 балла)

г) Паше известно, что каждое число на поле не превосходит 2023. Хватит ли Паше 20 ходов, чтобы наверняка найти сокровище? (5 баллов)