

РЕШЕНИЯ

5 класс

5.1. На доске записано число 0. За одну операцию разрешено либо увеличить число, записанное на доске на 2025, либо уменьшить на 2026. Как получить такими операциями на доске число 1?

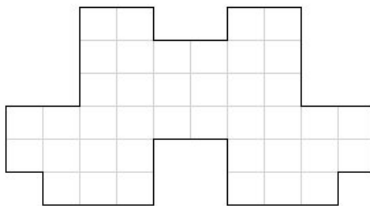
Решение. Сначала увеличим число на 2025. Затем 2024 раза проделаем пару операций: увеличим на 2025 и уменьшим на 2026. За каждую пару операций число уменьшается на 1. В итоге оно уменьшится на 2024 и станет 1.

5.2. У бабы Любы есть большой чайник с чаем и два типа кружек – большие и маленькие. Оказалось, что всего чая хватит разлить без остатка в 2 больших кружки и 9 маленьких, а также весь чай без остатка можно разлить в 5 больших кружек и 3 маленьких. Во сколько раз большая кружка вмещает больше чая, чем маленькая?

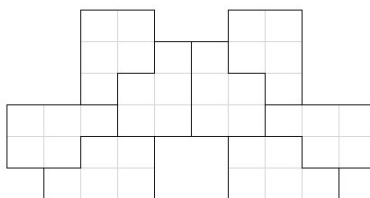
Решение. Если выпить 2 большие и 3 маленькие кружки из каждого описываемого чаепития, окажется, что 3 большие кружки вмещают столько же, сколько и 6 маленьких. А значит одна большая вмещает 2 маленьких.

Ответ. В 2 раза.

5.3. Разрежьте фигуру на рисунке на 8 равных частей.



Решение.



Комментарий. Придумать разрезание можно так. Сначала разделить по оси симметрии фигуру на 2 равные части. Потом каждую из частей разбить на две равные. А затем каждую — ещё на две.

5.4. Пароль к ноутбуку родителей — трёхзначное число. Три брата: Андрей, Борис и Виктор пытались этот пароль подобрать. Андрей ввёл число 123, Борис — 214, Виктор

— 413. Каждый ребёнок угадал ровно 2 цифры в пароле, причём ровно у одной из них он угадал ещё и место, на котором она стоит. Каким же, всё-таки, был этот пароль?

Решение. Назовём цифру, угаданную вместе с местом, *быком*, а угаданную, но не стоящую на своём месте — *коровой*. Если у Андрея бык это 1, то у Бориса не могут быть быками ни 1, ни 2, а значит это 4. Но у Виктора 4 и 1 не быки из-за Андрея, а 3 не бык из-за Бориса. Значит, Андрей угадал не 1. Если у Андрея бык это 2, то у Бориса быки не 1 и не 2, а значит — также 4. Но тогда у Виктора бык не может быть на втором и третьем местах, а 4 уже бык у Бориса. Значит, у Андрея бык — это цифра 3. Если корова Виктора это 1, то она стоит на первом месте, и у Андрея она бык, чего не может быть по нашему предположению. Значит, корова Виктора — это 4, и число оканчивается на 43. Тогда у Бориса быком может быть только 2, и искомое число — 243. Заметим, что оно подходит под все три утверждения.

Ответ. 243.

5.5. У директора Даниила Юрьевича учится 105 пятиклассников. Он должен провести три игры: на первую он должен разбить всех детей на команды по 3 человека, на вторую — на команды по 5 человек, а на третью — на команды по 7 человек. Может ли он это сделать таким образом, чтобы никакие два человека не были в одной команде больше одного раза?

Решение. Пусть каждый ребёнок возьмёт кубик $1 \times 1 \times 1$ и из этих кубиков составим параллелепипед $3 \times 5 \times 7$. Тогда разбиение на параллелепипеды $3 \times 1 \times 1$ будет давать разбиение на команды по 3 человека, на параллелепипеды $1 \times 5 \times 1$ — на команды по 5, а на параллелепипеды $1 \times 1 \times 7$ — на команды по 7. Очевидно, что такое разбиение будет удовлетворять условиям задачи.

Ответ. Может.

5.6. У Кати изначально есть большая куча из 2026 конфет. Она может разделить одну кучу на три меньших (не обязательно равных, но обязательно непустых). Также она может взять любую кучу, свести оттуда одну конфету, а все оставшиеся переложить в какую-то другую кучу. Может ли Катя сделать так, чтобы все кучи конфет, которые перед ней остались, содержали по одной конфете?

Решение. Посмотрим на сумму количества куч и конфет. Если мы съедаем одну конфету и перекладываем конфеты в другую кучу, то данная сумма уменьшается на 2, то есть не меняет чётность, а если мы делим одну кучу на 3, то данная величина увеличивается на 2, то есть также не меняет чётность. Получается, что изначально рассмотренная сумма была 2027, а если бы действия Кати увенчались успехом, она стала бы суммой двух равных величин (из-за того, что в каждой куче по одной конфете), то есть чётным числом, что невозможно по доказанному выше.

Ответ. Не может.