

6 класс

6.1. В левой части равенства $VY3A + KK = 2026$ одинаковые буквы заменили на равные цифры, разные — на разные. Найдите все цифры, которым может равняться буква У.

Решение. Если $V = 2$, то K может равняться только 1. Но $2026 - 11 = 2015$, а тогда $3 = K = 1$. Значит, $V = 1$, но тогда, раз $KK < 100$, то У обязательно будет 9.

Ответ. 9.

6.2. 7 февраля 2026 года часы со стрелками показывали правильное время 11:00. Каждый час реального времени часы отставали на 3 минуты. Когда в следующий раз впервые (укажите дату и время) часы снова покажут правильное время?

Решение. Часы снова станут показывать правильное время, когда время их отставания составит 12 часов = 720 минут. Если каждый час они отстают на 3 минуты, это время набегит за $720/3 = 240$ часов = 10 дней. А 10 дней с момента указанного в условии наступит 17 февраля в 11:00.

Ответ. 17 февраля 11:00.

6.3. У Даниила есть чашечные весы, которые показывают, какая из двух групп монет тяжелее (либо равенство), но не показывают на сколько. У него есть 9 монет, из которых две фальшивых. Даниил знает, что настоящие монеты весят одинаково, одна из фальшивых на 1 грамм тяжелее настоящей, а другая фальшивая на 1 грамм легче настоящей. Можно ли за 2 взвешивания на таких весах гарантированно найти хотя бы одну настоящую монету?

Решение. Занумеруем монеты А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И. Первым взвешиванием взвесим монеты А, Б и В с монетами Г, Д и Е. Если на весах равенство, то либо не использована ни одна фальшивая монета(*), либо использованы обе(**), причём они на одной чаше. В этом случае взвесим Ж и З. Если во втором взвешивании неравенство, то вариант (**) был невозможен, и мы в варианте (*), в котором нашли сразу 6 настоящих монет. А если $Ж = З$, то в этом взвешивании монеты точно настоящие. Если в первом взвешивании неравенство, то на весах присутствует хотя бы одна фальшивая монета, и вторым взвешиванием мы всё также взвесим Ж и З. Если неравенство и во втором взвешивании, то среди этих монет две фальшивых, и настоящая монета — И, а если во втором взвешивании равенство, то и Ж, и З — настоящие монеты.

Ответ. Можно.

6.4. Учитель придумал несколько заданий и провёл викторину в трёх классах. Каждая команда получала один балл, если первой давала правильный ответ. В 6А классе дети поделились на 5 команд, в 6Б — на 6, а в 6В — на 7 команд. В итоге в каждом классе не было неправильных ответов, а все команды (даже из разных классов) набрали разное число баллов. Какое наименьшее число заданий мог придумать учитель?

Решение. Всего команд было 18. Если выстроить все команды в порядке возрастания баллов, то каждая следующая набрала хотя бы на 1 балл больше, чем предыдущая, а поэтому все 18 команд в сумме набрали не менее, чем $0+1+2+\dots+17 = 153$ балла. Поскольку мы сложили баллы в трёх играх, отсюда следует, что в одной игре разыгрывалось не меньше, чем $153/3=51$ балл. Пример можно построить так: в первой игре команды набирают 15, 16, 17, 1 и 2 балла, во второй — 3, 4, 5, 12, 13 и 14 баллов, а в третьей — 0, 6, 7, 8, 9, 10 и 11 баллов.

Ответ. 51 задание.

6.5. Девочка Алина учится играть в шахматы. Она знает, что ладьи бьют на любое число клеток по вертикали и по горизонтали. Но она думает, что чёрные ладьи могут перепрыгивать через другие фигуры, а белые — нет. У неё есть 9 белых ладей и ведро чёрной краски (с помощью которого она может превращать белые ладьи в чёрные). Её новогоднее желание сбудется, если она расставит эти ладьи на шахматной доске, чтобы каждая была ровно 3 другие (не важно, чёрные или белые) ладьи. Может ли у неё это получиться?

Решение.

ч		б	ч				
ч	ч	б					
	ч	б	ч				

Ответ. Может.

6.6. Найдите все точные квадраты такие, что произведение их цифр равно количеству их натуральных делителей. Напомним, что точным квадратом называется квадрат натурального числа.

Решение. Если исходное число $n = k^2$ при некотором натуральном k , то все делители числа n , кроме числа k делятся на пары различных чисел вида d и n/d . А значит, количество делителей у квадрата обязано быть нечётным. Из-за этого произведение цифр может быть нечётным только в случае, если все цифры в числе нечётны. То есть, в частности, последняя цифра является нечётной. Но тогда представим, что оно оканчивается на АБ и запишем возведение в квадрат в столбик. На предпоследнем месте произведения будет стоять последняя цифра числа 2АБ, то есть чётная цифра, а ещё туда будет переноситься цифра десятков в

квадрате цифры Б из последнего разряда. Но при нечётных Б все они чётны. $1^2 = 1$, $3^2 = 9$, $5^2 = 25$, $7^2 = 49$, $9^2 = 81$. Получается, что в квадрате нечётного числа предпоследняя цифра (при её наличии) будет чётной. И единственный шанс, чтобы произведение было нечётным — это отсутствие предпоследней цифры в этом квадрате. Единственными кандидатами в таком случае оказываются только $n = 1$ и $n = 3$ из которых простой проверкой получаем, что второй вариант невозможен, а первый — является ответом.

Ответ. 1.