

XXV ВУЗОВСКО-АКАДЕМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, 2026

7 класс

7.1. Что больше: произведение всех двузначных чисел или сумма всех десятизначных?

7.2. Вдоль прямой дороги слева направо расположены пункты A, B, C, D, E . Кратчайший путь, начинающийся в B и проходящий через все пункты, имеет длину 3200 метров. Аналогичный путь, начинающийся в C или в D , будет иметь длину 3500 метров. Известно, что расстояние от A до B на 400 метров больше, чем от B до C . Найдите расстояние от C до D .

7.3. Паутинка имеет форму квадрата 6×6 клеток. Все углы клеток назовём *узелками*. В центральном узелке паутинки расположен домик паука Аркадия, в котором он сейчас сидит. Во всех остальных узелках прилипло по мухе. Аркадий может переместиться из одного узелка в другой вдоль диагонали одной клетки (но не стороны!). Какое наибольшее число мух может собрать Аркадий из паутинки, если он не хочет проходить один и тот же узелок дважды, а в конце пути хочет снова оказаться в своём домике?

7.4. Из вершины A острого угла бильярдного стола в форме прямоугольного треугольника ABC вдоль биссектрисы этого угла катится шар. Сначала он отражается от бортика в точке P , лежащей на катете BC , затем в точке Q на гипотенузе AC , после чего попадает напрямик в вершину B . Бильярдный шар отражается от бортиков по правилу «угол падения равен углу отражения». Докажите, что отрезок AP длиннее отрезка PC .

7.5. Есть 10 натуральных чисел, не превосходящих 10, общая сумма которых чётна. Дополнительные условия на набор чисел указаны в нижеследующих пунктах. В каждом пункте нужно ответить на вопрос: «Всегда ли при данных условиях все 10 чисел можно разбить на 2 группы так, чтобы сумма чисел первой группы равнялась сумме чисел второй группы?»

а) Нет дополнительных условий. (2 балла)

б) Девять чисел не превосходят 2, а десятое число — нечётное. (3 балла)

в) В наборе есть числа 1, 2, 3 и 4 хотя бы одному разу, остальные могут отличаться. (4 балла)

г) Первое число не превосходит 1, второе — не превосходит 2, третье — не превосходит 3, и так далее, до десятого числа, которое не превосходит 10. (5 баллов)