

XXV ВУЗОВСКО-АКАДЕМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, 2026

8 класс

8.1. Вдоль круговой дорожки по часовой стрелке стоят флажки A, B, C, D . Толя начал беговую тренировку от флажка A и там же её закончил. Во время бега он несколько раз разворачивался и бежал в противоположную сторону. Все развороты происходили рядом со флажками. Известно, что рядом с каждым из флажков A, B, D он побывал ровно по 5 раз (в это число включены начало и конец пути). Сколько раз он мог побывать рядом с флажком C ? Укажите все варианты ответа и докажите, что других нет.

8.2. Коленька любит порядок. Вечером он свои игрушки раскладывает по коробочкам, коробочки — по ящикам, ящики — в шкаф. Няня Коленьки внимательно следит, как Коленька разложил игрушки. В один из дней няня заметила, что Коленька использовал больше коробочек, чем суммарное количество игрушек в любом ящике. Докажите, что в этот день Коленька использовал больше ящиков, чем количество игрушек хотя бы в одной из коробочек. Некоторые коробочки или ящики могут быть пустыми.

8.3. Действительные числа x, y, z таковы, что выполняются равенства

$$x^3 - xy + y^3 = y^3 - yz + z^3 = z^3 - zx + x^3.$$

Докажите, что среди чисел x, y, z есть равные друг другу.

8.4. На продолжении стороны BC за точку C и на диагонали AC квадрата $ABCD$ выбраны точки K и R соответственно. Угол CDK в два раза больше угла RDA . Угол CRK равен 15° . Найдите DK/CK .

8.5. Многоугольник называется *правильным*, если все его стороны равны и все его углы равны. Вершины правильного n -угольника белые. Два игрока, Петя и Вася, играют в следующую игру. Они по очереди выбирают одну из белых вершин и красят её в чёрный цвет. Начинает Петя. Проигрывает тот игрок, после хода которого можно будет найти несколько чёрных вершин, образующих правильный многоугольник (количество углов в котором может быть меньше n). Кто из игроков, Петя или Вася, может выиграть вне зависимости от действий противника, если:

а) $n = 13$? (2 балла)

б) $n = 2026$? (2 балла)

в) $n = 3039$? (5 баллов)

г) $n = 36$? (5 баллов)