

7 класс

Задача 1. Скорость света. Экспериментатор Глюк исследовал движение солнечного зайчика, который изначально покоился, затем с постоянной скоростью перемещался вдоль прямой, а в конце пути опять замер. Глюк раз в минуту записывал в таблицу координату зайчика. Правда, несколько раз он отвлекался и пропустил несколько измерений (в таблице прочерки).

t , мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x , м	0	0	-	7	-	-	-	47	-	-	50

Помогите экспериментатору определить, в какой момент зайчик начал движение. С какой скоростью зайчик перемещался? Как долго он перемещался? Кроме этого, заполните пропуски в таблице.

Задача 2. Который путь длиннее? Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью v_1 , а последнюю треть времени – со скоростью v_3 . На втором участке пути его скорость равнялась средней скорости движения на всём пути. Известно, что $v_1 > v_3$.

Какой из участков самый короткий, а какой самый длинный?

На каком участке автомобиль находился дольше всего, а на каком – меньше всего?

Задача 3. Коробка с сахаром (1). Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто (m) = 500 г, 168 штук». Длина самого длинного ребра коробки $c = 98$ мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 4 кусочка сахара. Чему равна плотность ρ сахара-рафинада?

Примечание: «нетто» это масса продукта без учёта массы упаковки (тары).

Задача 4. С одним велосипедом. Группа туристов из 3 человек направилась из пункта A в пункт B , расстояние между которыми $L = 22$ км. Попутных машин нет ☹. В распоряжении группы есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше 2-х человек. Скорость движения пешим ходом составляет $v_0 = 5$ км/час, при езде на велосипеде одного человека его скорость $v_1 = 20$ км/час, а при езде вдвоем – $v_2 = 15$ км/час. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта B ? Найдите это время.

Возможные решения

7 класс

Задача 1. (Замятнин М.). Из-за редких измерений из таблицы сразу не ясно, в какой момент зайчик начал движение, а в какой – остановился. Можно построить график зависимости координаты от времени и по нему найти время t движения. По коэффициенту наклона графика найдём скорость движения зайчика: $v = 10$ м/мин. Разделив перемещение $x = 50$ м на скорость v , найдём полное время движения $t_0 = 5$ мин. Время начала движения можно определить по перемещению за 3-ю минуту. Оно составляет 7 метров, следовательно, зайчик двигался 0,7 мин. Время старта 2,3 мин от начала измерений. На месте пропусков должны быть числа 0 м, 17 м, 27 м, 37 м, 50 м и 50 м соответственно.

Примерные критерии оценивания

Найдена скорость движения зайчика 3 балла
Найдено время движения зайчика 2 балла
Найдено время начала движения 2 балла
Заполнены пропуски в таблице (по 0,5 балла за точку) 3 балла

Задача 2. (Слободянин В.). Поскольку $v_1 > v_3$, то v_{cp} справедливо неравенство

$$v_1 > v_{\text{cp}} = v_2 > v_3. \dots\dots\dots (1)$$

Учитывая, что $T_1 + T_2 + T_3 = T$, получим

$$T_1 < T_3 < T_2 \dots\dots\dots (2)$$

На первом участке $\frac{S}{3} = v_1 T_1$. Следовательно $S > 3 v_{\text{cp}} T_1$, откуда $T_1 < \frac{S}{3 v_{\text{cp}}} = \frac{T}{3} = T_3$.

На третьем участке $S_3 = v_3 \frac{T}{3} < v_{\text{cp}} \frac{T}{3} = \frac{S}{3} = S_1$, и $S_1 + S_2 + S_3 = S$, откуда следует:

$$S_3 < S_1 < S_2 \dots\dots\dots (3)$$

Альтернативное решение. По условию на втором участке

$$v_{\text{cp}} = \frac{S_2}{T_2} = \frac{S - \frac{S}{3} - T_3 v_3}{T - \frac{S}{3v_1} - \frac{T}{3}}.$$

Поделим числитель и знаменатель на T и приведём подобные. В результате получим:

$$v_{\text{cp}} = \sqrt{v_1 v_3}.$$

Теперь несложно получить неравенства на перемещения и время движения.

Примерные критерии оценивания

Написано неравенство для скоростей или v_{cp} выражена через v_1 и v_3 2 балла
Написано неравенство для времён движения на соответствующих участках
(по два балла за неравенство) 4 балла
Написано неравенство для длин соответствующих участков
(по два балла за неравенство) 4 балла

Задача 3. (Кармазин С.). Так как в коробке уложено 4 слоя кусочков сахара, то в одном слое их 42 штуки ($n = 168/4 = 42$). Число 42 можно разложить на простые множители: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. Следовательно, один слой может иметь размеры $21 \cdot 2$ кусочка, $14 \cdot 3$ кусочка или $7 \cdot 6$ кусочков. Первые два варианта противоречат условию, так как тогда вдоль самого короткого ребра укладывалось бы 2 или 3 кусочка. Таким образом, вдоль длинного ребра укладывается 7 кусочков и, соответственно, размер ребра кубика сахара равен

$$a = c/7 = 98 \text{ мм}/7 = 14 \text{ мм}.$$

Общий объем сахара равен

$$V = 14 \text{ мм} \cdot 14 \text{ мм} \cdot 14 \text{ мм} \cdot 168 \text{ штук} \approx 460992 \text{ мм}^3 \approx 0,461 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

$$\text{Плотность сахара } \rho = m/V = 0,5/(0,461 \cdot 10^{-3}) \approx 1085 \text{ кг/м}^3.$$

Примерные критерии оценивания

Найдено число кусков в слое	1 балла
Возможные длины сторон слоя выражены в кусках сахара.....	3 балла
Показано что длины сторон слоя в кусках сахара равны 7 и 6 штук	1 балл
Длина ребра куска сахара выражена в мм.....	2 балла
Найден объем куска сахара в мм ³ или м ³	2 балла
Найдена плотность сахара	1 балл

Задача 4. (Варламов С.). Время путешествия будет минимальным, если все туристы одновременно придут в пункт назначения, а велосипед всё время будет задействован: в сторону от А к Б на нём будут ехать двое, а от Б к А – один).

Пусть два туриста на велосипеде проехали расстояние x . На это им потребовалось время $t_2 = x/v_2$. Затем один из них до пункта Б шёл пешком (и прошёл расстояние $L - x$ за некоторое время t_0), а другой – поехал обратно навстречу своему товарищу, который из А шёл пешком. Пусть на обратную дорогу он потратил время τ . Если они встретятся от пункта А на расстоянии $y = L - x$, то далее проедут на велосипеде расстояние x и придут в пункт Б одновременно со спешившимся туристом!

Запишем эти условия на языке формул.

$$v_0(t_2 + \tau) = L - x. \tag{1}$$

За время t_2 пеший турист прошёл расстояние $x_1 = v_0 t_2 = x \frac{v_0}{v_2}$. Следовательно, велосипедист проедет обратно, до встречи со своим товарищем, расстояние $l = x - x_1$ за

время
$$\tau = \frac{x - x_1}{v_0 + v_1} = \frac{v_2 - v_0}{v_2} \frac{x}{v_0 + v_1}$$

Подставим в формулу (1) времена t_2 и τ .

$$v_0 \left(\frac{x}{v_2} + \frac{v_2 - v_0}{v_2} \frac{x}{v_0 + v_1} \right) = L - x.$$

Разрешив это уравнение относительно x и подставив числовые значения скоростей и расстояния L , получим: $x = 15 \text{ км}$.

Теперь найдём время $t_2 = \frac{x}{v_2} = 1$ час. Расстояние $L - x = 7$ км. Откуда $t_0 = \frac{L - x}{v_0} = 1,4$ часа.

Таким образом, всё время путешествия $T = t_2 + t_0 = 2,4$ часа.

Примерные критерии оценивания

Предложена идея нахождения минимума времени путешествия.....	3 балла
Конкретизация этой идеи ($y = L - x$).....	1 балл
За формулу (1) или её аналога.....	1 балл
Найдено время τ перемещения велосипедиста в направлении от B к A	1 балл
Решена система уравнений и найдено расстояние x	3 балла
Найдено время T всего путешествия	1 балл