

8 класс**Задача 1. Велосипед и катер**

Доплыв до пункта Б, катер преодолел путь

$$L = S_1 + ut_1,$$

где S_1 — путь, пройденный велосипедистом за это же время t_1 .

После этого, до встречи с велосипедистом, катер преодолел путь

$$l = S_2 - ut_2,$$

где S_2 — путь, пройденный велосипедистом за время t_2 до встречи с катером.

Сложив полученные выражения, получаем

$$l + L = S_1 + S_2 + u(t_1 - t_2).$$

Заметим, что $S_1 + S_2$ — полный путь, проделанный велосипедистом, причём $S_1 + S_2 = L - l$. То есть

$$l + L = L - l + u(t_1 - t_2),$$

откуда

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{u} = \frac{2(L - S)}{u} = 24 \text{ мин.}$$

Задача 2. График с вареньем

Масса первой порции может быть найдена как произведение средней плотности на объем первой порции

$$m_1 = V_1 \rho_{\text{ср1}} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 = 12 \text{ кг.}$$

Масса второй порции равна разности массы содержимого при объёме 20 дм^3 и массы первой порции

$$m_2 = V_2 \rho_{\text{ср2}} - m_1 = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1300 - 12 = 14 \text{ кг.}$$

Масса третьей порции равна разности конечной массы всего содержимого бака и масс первой и второй порции

$$m_3 = V_3 \rho_{\text{ср3}} - m_1 - m_2 = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 1300 - 12 - 14 = 13 \text{ кг.}$$

Заметим, что плотность первой порции $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$, а второй порции $\rho_2 = 1400 \text{ кг/м}^3$. Среднюю плотность содержимого ρ_0 можно представить как

$$\rho_0 = \frac{m_1 + V\rho_2}{V_1 + V},$$

где V — объем добавленного сиропа, имеющего плотность ρ_2 . Откуда

$$V = \frac{\rho_0 V_1 - m_1}{\rho_2 - \rho_0} = 3,3 \text{ дм}^3,$$

и окончательно $V_0 = 13,3 \text{ дм}^3$.

Задача 3. Эврика

На систему, как единое целое, вверх действуют три силы натяжения верёвки, а вниз суммарная сила тяжести

$$3T = (M + m)g,$$

откуда «сила Архимеда»

$$T = \frac{M + m}{3}g = 700 \text{ Н.}$$

На самого Архимеда действует вверх сила реакции опоры N , выталкивающая сила со стороны воды F и сила натяжения верёвки T ; вниз — сила тяжести, то есть

$$F + N + T = mg.$$

Причём, силы mg и T однозначно определены, а для F и N определена лишь их сумма. Минимальному объёму Архимеда над водой соответствует максимальный объем погруженной части и максимальная выталкивающая сила, что реализуется в случае, когда $N = 0$. Окончательно

$$F = mg - T = \frac{2m - M}{3}g,$$

откуда

$$\frac{\Delta V}{V} = 1 - \frac{F}{mg} = \frac{M + m}{3m} = \frac{7}{9}.$$

Задача 4. Термоглюк Черникова

В результате теплообмена между водой и спиртом их температуры выравниваются. Запишем уравнение теплового баланса для этого процесса:

$$c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}V_{\text{в}}(t_1 - t_{\text{в}}) + c_{\text{с}}m_{\text{с}}(t_1 - t_0) = 0,$$

где $t_{\text{в}}$ — конечная температура воды, $m_{\text{с}}$ — масса спирта.

Массу спирта определим через его плотность и объём при температуре t_0

$$m_{\text{с}} = \rho_{\text{с}}V_0,$$

где V_0 — объём спирта при температуре t_0 .

Согласно условию задачи, при увеличении температуры до t_1 изменение объёма спирта

$$\Delta V = V_0\beta(t_1 - t_0).$$

С другой стороны, пренебрегая тепловым расширением колбы, приращение объёма спирта можно выразить через изменение его уровня в трубке

$$\Delta V = Sh.$$

Решая данную систему уравнений, получим выражение для температуры воды до погружения в неё термометра

$$t_{\text{в}} = t_1 + \frac{c_{\text{с}}\rho_{\text{с}}Sh}{c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}V_{\text{в}}\beta} = 40 \text{ }^\circ\text{C} + 1 \text{ }^\circ\text{C} = 41 \text{ }^\circ\text{C}.$$