

8 класс. Возможные решения

8.1 UnCl

Ответ: 1. (46 ± 1) г; 2. 137,5 г; 3. 0,6 г/с.

Унобтаний (от англ. unobtainable – «недостижимый», «недоступный») – ироничное название любого крайне редкого, дорогого, либо физически невозможного материала или вещества, необходимого для исполнения какой-либо задачи. Употребляется, как правило, в художественной литературе. (Википедия)

1. Найдем объем насыщенного раствора (75 г UnCl в 100 мл воды):

$$V_{\text{нас}} = \frac{175 \text{ г}}{1,4 \text{ г/см}^3} = 125 \text{ см}^3.$$

В первом случае $V < V_{\text{нас}}$. Пусть m – масса засыпанного в воду порошка UnCl. Запишем выражение для плотности раствора

$$\rho = \frac{m_{\text{воды}} + m}{V} = \frac{100 \text{ г} + m}{110 \text{ см}^3} = \frac{100 \text{ г} + 0,1 \text{ л} \cdot n}{110 \text{ см}^3},$$

построим прямую, задаваемую этим уравнением (зеленая линия на рис. 10), и найдем точку ее пересечения с графиком $\rho(n)$. Эта точка соответствует $\rho = 1,325 \text{ г/см}^3$. Соответственно, масса UnCl в первом случае равна $m = (46 \pm 1)$ г.

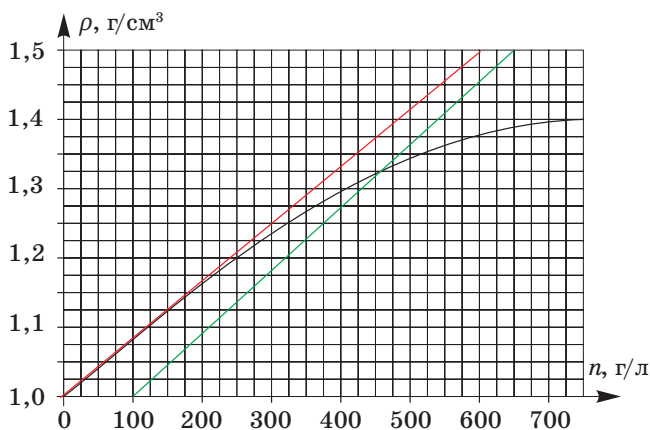


Рис. 10

2. Во втором случае $V > V_{\text{нас}}$, и 125 см^3 составляет насыщенный раствор, а остальные $V_{\text{осад}} = 25 \text{ см}^3$ — нерастворившиеся кристаллы U_2Cl . Их масса равна

$$m_{\text{осад}} = \rho_{\text{кр}} V_{\text{осад}} = 62,5 \text{ г.}$$

Итоговая масса U_2Cl , насыпанного в сосуд, равна

$$m = 75 \text{ г} + 62,5 \text{ г} = 137,5 \text{ г.}$$

3. Пусть v — скорость увеличения объема раствора. Масса порошка U_2Cl в момент времени t от начала эксперимента равна $m = \mu t$. Объем раствора $V = V_0 + vt$, где $V_0 = 100 \text{ см}^3$. Найдем разность плотностей раствора в момент времени t и чистой воды:

$$\rho - \rho_0 = \frac{\rho_0 V_0 + m}{V} - \rho_0 = \frac{m - \rho_0(V - V_0)}{V} = \frac{\mu t - \rho_0 vt}{V}.$$

При малом t объем в знаменателе не отличим от V_0 , поэтому

$$\rho - \rho_0 = \frac{(\mu - \rho_0 v)t}{V_0}.$$

В то же время при малой массе засыпанного порошка плотность раствора изменяется почти линейно, $\rho - \rho_0 = kn = k\mu t/V_0$. Коэффициент наклона k определим по графику. Для этого построим касательную к кривой $\rho(n)$ при $n = 0$ (красная прямая) и определим тангенс угла ее наклона. Получается $k = 5/6$ (в безразмерных единицах). В результате, приходим к следующему соотношению:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{\mu t}{V_0} = \frac{(\mu - \rho_0 v)t}{V_0} \Rightarrow \frac{5}{6} \cdot \mu = \mu - \rho_0 v \Rightarrow \mu = 6\rho_0 v = 0,6 \text{ г/с.}$$

8.2 Вторая ступень

Ответ: $T_1 = \frac{11}{17} mg$; $T_2 = \frac{14}{17} mg$; $T_3 = \frac{8}{17} mg$.

Рассмотрим силы, действующие на первую (верхнюю) и вторую ступени лестницы (см. рис. 11).

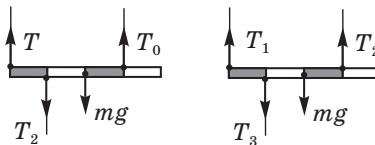


Рис. 11

Запишем в каждом случае правило моментов относительно левого края ступени:

$$\begin{cases} T_2 l + mg2l = T_0 3l, \\ T_3 l + mg2l = T_2 3l, \end{cases}$$

где l — длина одного деления ступени.

Так как оставшаяся часть лестницы эквивалентна исходной конструкции, но имеет в 2 раза меньшую массу, $T_0 = 2T_3$. В результате, имеем систему

$$\begin{cases} T_2 + 2mg = 6T_3, \\ T_3 + 2mg = 3T_2. \end{cases}$$

Решая ее, получаем, что

$$T_2 = \frac{14}{17}mg, \quad T_3 = \frac{8}{17}mg.$$

Величину силы T_1 найдем из условия равновесия второй ступени:

$$T_1 = T_3 + mg - T_2 = \frac{11}{17}mg.$$

8.3 Лед

Ответ: см. график.

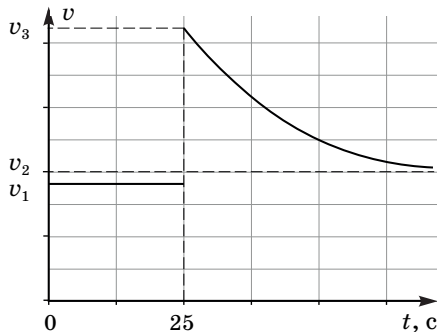


Рис. 12

1. Определим начальную массу льда m_0 . Для этого запишем условие равновесия

$$T + m_0 g = \rho_0 V g$$

и, учитывая, что $V = m_0/\rho$, получим

$$m_0 = \frac{T\rho}{(\rho_0 - \rho)g} = 63 \text{ г.}$$

2. Вначале все тепло, отводимое от горячей воды, идет на плавление льда, температура содержимого сосуда остается постоянной, и столбик термометра неподвижен относительно поверхности воды. Пусть τ — время, прошедшее с начала эксперимента. Запишем уравнение теплового баланса:

$$c\mu\tau(t_1 - 0^\circ\text{C}) = \lambda\Delta m_{\text{л}},$$

где $\Delta m_{\text{л}}$ — масса расплавившегося льда. Поскольку плотность воды больше плотности льда, объем превратившегося в воду льда станет меньше на величину

$$\Delta V = \Delta m_{\text{л}} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) = \frac{c\mu\tau t_1 (\rho_0 - \rho)}{\lambda\rho_0\rho}.$$

С другой стороны, объем воды, добавленной в сосуд за время τ , равен $\mu\tau/\rho_0$. Таким образом, общее изменение объема содержимого сосуда равно

$$\Delta V_{\text{общ}} = \frac{\mu\tau}{\rho_0} - \Delta V = \frac{\mu\tau}{\rho_0} \left(1 - \frac{ct_1(\rho_0 - \rho)}{\lambda\rho} \right).$$

Скорость, с которой движется верхняя граница столбика термометра, равна в этом случае скорости подъема уровня воды:

$$v_1 = \frac{\mu}{\rho_0 S} \left(1 - \frac{ct_1(\rho_0 - \rho)}{\lambda\rho} \right) = 0,86 \text{ мм/с.}$$

Этот процесс завершится, когда весь лед растает, то есть через время

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\lambda m_0}{c\mu t_1} = 25 \text{ с.}$$

Общая масса воды в сосуде к этому моменту будет равна

$$m_{\text{общ}} = m + m_0 + v\tau_{\text{max}} = 513 \text{ г.}$$

3. После того, как весь лед растает, уровень воды в сосуде будет расти только за счет добавления в него горячей воды. Скорость подъема уровня в этом случае равна

$$v_2 = \frac{\mu}{\rho_0 S} = 1 \text{ мм/с.}$$

Кроме этого, из-за повышения температуры содержимого сосуда, столбик термометра станет подниматься относительно поверхности воды. Скорость его движения зависит от разности температур горячей воды и воды в сосуде. Она будет максимальной в начале этого процесса и равной нулю при нагреве содержимого до температуры $t_1 = 99^\circ\text{C}$.

4. Найдем скорость движения столбика термометра относительно воды в самом начале ее нагрева. Пусть $t_{\text{уст}}$ — температура воды, установившаяся через малое время $\Delta\tau$. Запишем уравнение теплового баланса

$$c\mu\Delta\tau(t_1 - t_{\text{уст}}) = cm_{\text{общ}}(t_{\text{уст}} - 0^\circ\text{C}).$$

Так как $t_{\text{уст}}$ мало, $t_1 - t_{\text{уст}} \approx t_1$ и

$$t_{\text{уст}} = \frac{\mu\Delta\tau t_1}{m_{\text{общ}}}.$$

Из рисунка в условии следует, что увеличение температуры на 1°C приводит к повышению столбика на 3 мм. Поэтому скорость подъема столбика относительно поверхности воды составляет

$$v_{\text{ст}} = \frac{3 \text{ мм}/^\circ\text{C} \cdot \mu t_1}{m_{\text{общ}}} = 1,16 \text{ мм/с}.$$

5. Скорость подъёма верхней границы столбика относительно стола равна

А) в начале нагрева: $v_3 = v_2 + v_{\text{ст}} = 2,16 \text{ мм/с}$

Б) в конце нагрева: $v_2 = 1,0 \text{ мм/с}$.

8.4 Мост

Ответ: 1 Вт; 800 Ом; 400 Ом; 75 мА; 20 В.

Так как амперметр идеальный, и мощности, выделяющиеся на двух одинаковых резисторах равны, то через них текут одинаковые токи I_1 и падение напряжения на них равно половине разности потенциалов на источнике. Но тогда равны мощности и на двух оставшихся резисторах, так как через них текут тоже одинаковые токи $I_0 - I_1$.

Так как по условию мощности отличаются в 2 раза, то токи и сопротивления резисторов отличаются тоже в 2 раза. Откуда $I_1 = I_A = I_0/3$. Тогда $I_0 = 75 \text{ мА}$.

Напряжение на резисторах одинаковы и равны $U = P_1/I_1 = 20 \text{ В}$, а сопротивления резисторов $R_1 = U/I_1 = 800 \text{ Ом}$, $R_2 = 400 \text{ Ом}$.