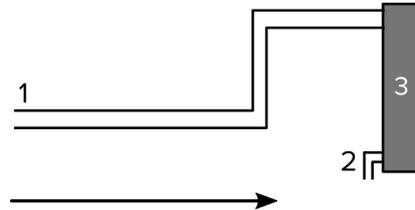


**Ф10.1-1** Самодельный датчик скорости для планера состоит из изогнутой трубки Пито (1), одна часть которой направлена вдоль потока, изображенного стрелкой, и трубки, выход которой направлен перпендикулярно потоку (2). Конец второй трубки подключен к измерителю давления (3) на расстоянии  $h = 50$  см ниже первой трубки. Измеритель давления измеряет разность давлений между трубкой Пито и трубкой, открытой в атмосферу. Планер совершает манёвр «мёртвая петля» радиусом  $R = 10$  м со скоростью  $v = 40$  м/с. Какую скорость покажет датчик скорости, калиброванный для обычного полёта в верхней точки мёртвой петли?



Ответ. 28,1 м/с.

Решение.

В спокойном полёте датчик измеряет разницу давления между атмосферой и набегающим потоком, которую из уравнения Бернулли можно записать как

$$\Delta P' = \frac{\rho v'^2}{2} + \rho gh,$$

где  $\rho$  – плотность воздуха, а  $g$  – ускорение свободного падения.

В случае же совершения мёртвой петли самолёт обладает центростремительным ускорением  $a = v^2/R$ . В соответствии с принципом эквивалентности гравитационных и инерционных сил, получим что измерена будет разница давлений равна

$$\Delta P = \frac{\rho v^2}{2} + \rho \left( \frac{v^2}{R} - g \right) h.$$

Приравнявая разницы давлений для спокойного полёта и мёртвой петли и, выражая скорость, найдём показания прибора.

$$v' = \sqrt{\frac{v^2}{2} + \left( \frac{v^2}{R} - 2g \right) h}.$$

С учётом того, что  $h/R \ll 1/2$ , получим

$$v' = \sqrt{\frac{v^2}{2} - 2gh} = 28,1 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания.

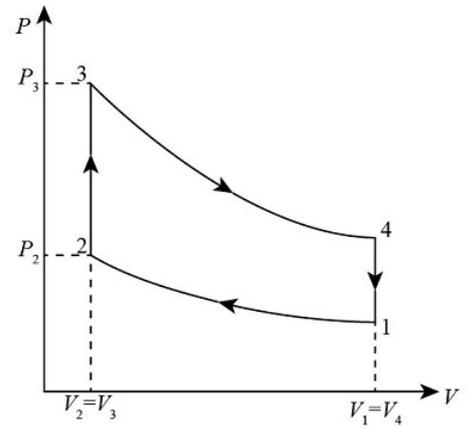
Записан закон Бернулли для нормального полёта — 1 балл.

Записан закон Бернулли для мёртвой петли — 2 балла.

Получено выражение для скорости полёта — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф10.2-1** Один из ранних двигателей внутреннего сгорания основан на цикле Отто (на рисунке), состоящем из изохорного нагревания, адиабатического расширения, изохорного охлаждения и адиабатического сжатия. Конструкторы сделали двигатель со степенью сжатия, отношением наибольшего и наименьшего объемов в цикле,  $\alpha = 9,5$  и мощностью  $W = 136$  л.с. Какой расход 95го бензина  $Q$ , литров в час, будет у такого двигателя? Считайте что в течении одного такта работы двигателя количество рабочего вещества примерно постоянно, а отношение теплоёмкости при постоянном давлении к теплоёмкости при постоянном объеме  $\gamma = C_P/C_V \approx 1,4$  для рабочего вещества. 1 л.с. равна 0,736 кВт. Удельная теплота сгорания 95-го бензина равна  $\lambda = 33,5$  МДж/л



Ответ.  $Q = 18$  л/ч.

*Решение.* Поскольку мы знаем величину полезной мощности, то мощность, получаемая от сжигания бензина можно выразить как  $W_{\text{бенз.}} = \lambda Q = W/\eta$ . Осталось найти КПД цикла Отто. Количество подводимой теплоты при изохорном нагревании равно  $Q_{2-3} = \frac{i}{2}R(T_3 - T_2)$ . Количество отводимой теплоты при изохорном охлаждении равно  $Q_{4-1} = \frac{i}{2}R(T_1 - T_4)$ . Отсюда получим, что КПД будет равен

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{1-4}|}{|Q_{2-3}|} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \cdot \frac{T_1}{T_2}.$$

Так как для адиабаты справедливо, что  $PV^\gamma = \text{const}$ , то  $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ . Отсюда можно получить, что  $T_4/T_1 = T_3/T_2$ . Отношение  $T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{\gamma-1} = (1/\alpha)^{\gamma-1}$ . Поэтому, КПД равен:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$$

Получим ответ  $Q = \left(1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}\right)^{-1} \frac{W}{\lambda} = 18$  л/ч.

*Критерии оценивания.*

Записано выражение для КПД через отношение мощностей — 1 балл.

Получено выражение для КПД через отношение температур — 1 балла.

Получено выражение для КПД через степень сжатия — 1 балла.

Получено итоговое выражение для расхода — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф10.3-1** В компьютерном зрении для определения положения объекта он снимается двумя одинаковыми камерами, чьи объективы настроены на фокусные расстояния  $F_1 = 62$  мм и  $F_2 = 64$  мм. Угол между главными оптическими осями камер равен  $90^\circ$ . Считайте, что камеры расположены на одинаковой высоте  $H = 1$  м. Найдите высоту, на которой расположен объект, и расстояние до камер, если расстояние по вертикали от центра матрицы до изображения объекта  $y_1 = 450$  пикселей на первой камере и  $y_2 = 145$  пикселей на второй камере. Считайте что матрица квадратная, со стороной  $a = 4$  см и содержит  $10^6$  квадратных пикселей, а расстояние от объектива до матрицы равно  $d = 6,5$  см.

Ответ.  $f_1 = 1,34$  м,  $f_2 = 4,16$  м,  $h = 1,37$  м.

*Решение.* Так как объективы настраиваются так, чтобы изображение изучаемого тела было сфокусировано на матрице, следовательно, из формулы тонкой линзы можно найти расстояния до первой и второй камер.

$$f_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = 1,34 \text{ м}$$

$$f_2 = \frac{F_2 d}{d - F_2} = 4,16 \text{ м}$$

Изображение объекта действительное перевернутое. Тогда из подобия треугольников, получаемых при построении хода лучей:

$$h = H + f_1 l_1 / d = 1,37 \text{ м.}$$

где  $l_1 = a/2 \cdot x_1/500$  – координата изображения на матрице в абсолютных значениях длины.

*Критерии оценивания.*

Проведены рассуждения о фокусировке объективов — 1 балл.

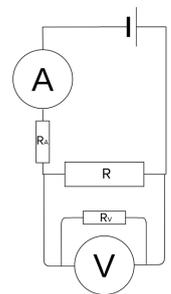
Записана формула тонкой линзы — 1 балл.

Получено значение для расстояний — 1 балл.

Получено выражение для высоты — 1 балл.

Получено значение для высоты — 1 балл.

**Ф10.4-1** При измерении малых сопротивлений оказывается важным учёт сопротивления измерительных приборов. Для измерения сопротивления нихромовой проволоки  $R$  используется схема, представленная на рисунке, где  $R_A = 0,8 \text{ Ом}$  и  $R_V = 1,5 \text{ кОм}$  – эквивалентные сопротивления амперметра и вольтметра соответственно. Показания амперметра равны  $I_A = 2,5 \text{ мА}$ , а вольтметра  $U_V = 200 \text{ мВ}$ . Чему равно сопротивление нихромовой проволоки?



*Ответ.* 84,5 Ом.

*Решение.* Сумма токов через проволоку и вольтметр равна току через амперметр. Напряжение на проволоке равно напряжению на вольтметре. Тогда ток через вольтметр будет равен  $I_V = U_V/R_V$ . Отсюда ток через нихромовую проволоку будет равен  $I = I_A - I_V = I_A - U_V/R_V$ . Отсюда получим ответ  $R = U_V/I = \frac{U_V}{I_A - U_V/R_V} = 84,5 \text{ Ом}$ .

*Критерии оценивания.*

Получен ток через вольтметр — 1 балл.

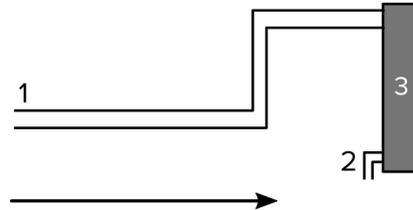
Получен ток через проволоку — 1 балл.

Записан закон Ома для проволоки — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф10.1-2** Самодельный датчик скорости для планера состоит из изогнутой трубки Пито (1), одна часть которой направлена вдоль потока, изображенного стрелкой, и трубки, выход которой направлен перпендикулярно потоку (2). Конец второй трубки подключен к измерителю давления (3) на расстоянии  $h = 25$  см ниже первой трубки. Измеритель давления измеряет разность давлений между трубкой Пито и трубкой, открытой в атмосферу. Планер совершает манёвр «мёртвая петля» радиусом  $R = 10$  м со скоростью  $v = 25$  м/с. Какую скорость покажет датчик скорости, калиброванный для обычного полёта в верхней точки мёртвой петли?



Ответ. 17,54 м/с.

Решение.

В спокойном полёте датчик измеряет разницу давления между атмосферой и набегающим потоком, которую из уравнения Бернулли можно записать как

$$\Delta P' = \frac{\rho v'^2}{2} + \rho g h,$$

где  $\rho$  – плотность воздуха, а  $g$  – ускорение свободного падения.

В случае же совершения мёртвой петли самолёт обладает центростремительным ускорением  $a = v^2/R$ . В соответствии с принципом эквивалентности гравитационных и инерционных сил, получим что измерена будет разница давлений равна

$$\Delta P = \frac{\rho v^2}{2} + \rho \left( \frac{v^2}{R} - g \right) h.$$

Приравняв разницы давлений для спокойного полёта и мёртвой петли и, выражая скорость, найдём показания прибора.

$$v' = \sqrt{\frac{v^2}{2} + \left( \frac{v^2}{R} - 2g \right) h}.$$

С учётом того, что  $h/R \ll 1/2$ , получим

$$v' = \sqrt{\frac{v^2}{2} - 2gh} = 17,54 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания.

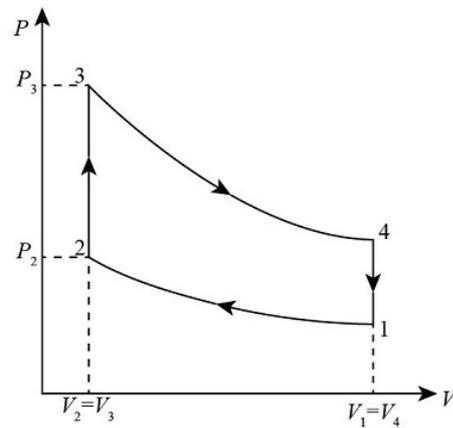
Записан закон Бернулли для нормального полёта — 1 балл.

Записан закон Бернулли для мёртвой петли — 2 балла.

Получено выражение для скорости полёта — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф10.2-2** Один из ранних двигателей внутреннего сгорания основан на цикле Отто (на рисунке), состоящем из изохорного нагревания, адиабатического расширения, изохорного охлаждения и адиабатического сжатия. Конструкторы сделали двигатель со степенью сжатия, отношением наибольшего и наименьшего объемов в цикле,  $\alpha = 8$  и мощностью  $W = 272$  л.с. Какой расход 95го бензина  $Q$ , литров в час, будет у такого двигателя? Считайте что в течении одного такта работы двигателя количество рабочего вещества примерно постоянно, а отношение теплоёмкости при постоянном давлении к теплоёмкости при постоянном объеме  $\gamma = C_P/C_V \approx 1,4$  для рабочего вещества.  $1$  л.с. равна  $0,736$  кВт. Удельная теплота сгорания 95-го бензина равна  $\lambda = 33,5$  МДж/л



Ответ.  $Q = 37,5$  л/ч.

*Решение.* Поскольку мы знаем величину полезной мощности, то мощность, получаемая от сжигания бензина можно выразить как  $W_{\text{бенз.}} = \lambda Q = W/\eta$ . Осталось выразить КПД цикла Отто. Количество подводимой теплоты при изохорном нагреве равно  $Q_{2-3} = \frac{i}{2}R(T_3 - T_2)$ . Количество отводимой теплоты при изохорном охлаждении равно  $Q_{4-1} = \frac{i}{2}R(T_1 - T_4)$ . Отсюда получим, что КПД будет равен

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{1-4}|}{|Q_{2-3}|} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \cdot \frac{T_1}{T_2}.$$

Так как для адиабаты справедливо, что  $PV^\gamma = \text{const}$ , следовательно  $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ . Отсюда можно получить, что  $T_4/T_1 = T_3/T_2$ . Отношение  $T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{\gamma-1} = (1/\alpha)^{\gamma-1}$ . Поэтому, КПД равен:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$$

Получим ответ  $Q = \left(1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}\right)^{-1} \frac{W}{\lambda} = 37,5$  л/ч.

*Критерии оценивания.*

Записано выражение для КПД через отношение мощностей — 1 балл.

Получено выражение для КПД через отношение температур — 1 балла.

Получено выражение для КПД через степень сжатия — 1 балла.

Получено итоговое выражение для расхода — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф10.3-2** В компьютерном зрении для определения положения объекта он снимается двумя одинаковыми камерами, чьи объективы настроены на фокусные расстояния  $F_1 = 42$  мм и  $F_2 = 43$  мм. Угол между главными оптическими осями камер равен  $90^\circ$ . Считайте, что камеры расположены на одинаковой высоте  $H = 0,5$  м. Найдите высоту, на которой расположен объект, и расстояние до камер, если расстояние по вертикали от центра матрицы до изображения объекта  $y_1 = 350$  пикселей на первой камере и  $y_2 = 227$  пикселей на второй камере. Считайте что матрица квадратная, со стороной  $a = 2$  см и содержит  $10^6$  квадратных пикселей, а расстояние от объектива до матрицы равно  $d = 4,5$  см.

Ответ.  $f_1 = 0,63$  м,  $f_2 = 0,97$  м,  $h = 0,73$  м.

*Решение.* Так как объективы настраиваются так, чтобы изображение изучаемого тела было сфокусировано на матрице, следовательно, из формулы тонкой линзы можно найти расстояния до первой и второй камеры.

$$f_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = 0,63 \text{ м}$$

$$f_2 = \frac{F_2 d}{d - F_2} = 0,97 \text{ м}$$

Изображение объекта действительное перевернутое. Тогда из подобия треугольников, получаемых при построении хода лучей:

$$h = H + f_1 l_1 / d = 0,73 \text{ м.}$$

где  $l_1 = a/2 \cdot x_1/500$  – координата изображения на матрице в абсолютных значениях длины.

*Критерии оценивания.*

Проведены рассуждения о фокусировке объективов — 1 балл.

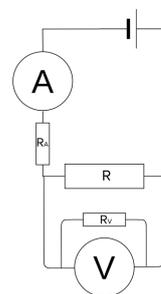
Записана формула тонкой линзы — 1 балл.

Получено значение для расстояний — 1 балл.

Получено выражение для высоты — 1 балл.

Получено значение для высоты — 1 балл.

**Ф10.4-2** При измерении малых сопротивлений оказывается важным учёт сопротивления измерительных приборов. Для измерения сопротивления нихромовой проволоки  $R$  используется схема, представленная на рисунке, где  $R_A = 0,1 \text{ Ом}$  и  $R_V = 3 \text{ кОм}$  – эквивалентные сопротивления амперметра и вольтметра соответственно. Показания амперметра равны  $I_A = 2 \text{ мА}$ , а вольтметра  $U_V = 300 \text{ мВ}$ . Чему равно сопротивление нихромовой проволоки?



*Ответ.* 157,9 Ом.

*Решение.* Сумма токов через проволоку и вольтметр равна току через амперметр. Напряжение на проволоке равно напряжению на вольтметре. Тогда ток через вольтметр будет равен  $I_V = U_V / R_V$ . Отсюда ток через нихромовую проволоку будет равен  $I = I_A - I_V = I_A - U_V / R_V$ . Отсюда получим ответ  $R = U_V / I = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V} = 157,9 \text{ Ом}$ .

*Критерии оценивания.*

Получен ток через вольтметр — 1 балл.

Получен ток через проволоку — 1 балл.

Записан закон Ома для проволоки — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.