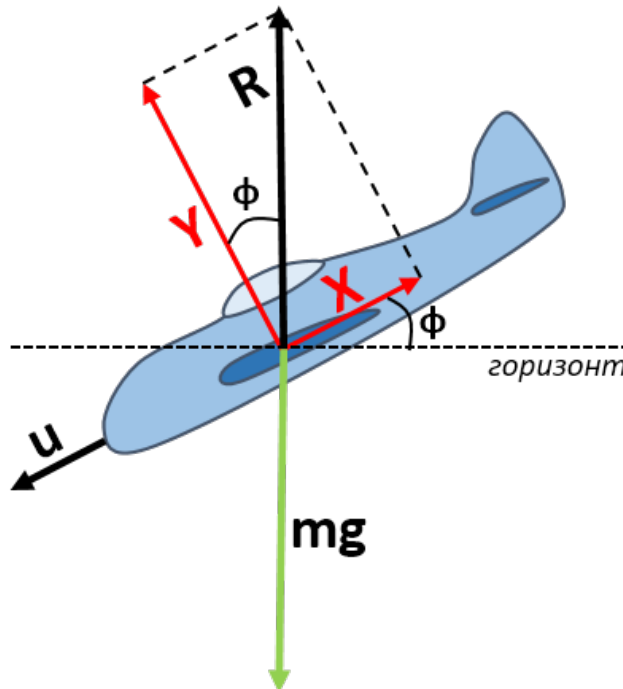


**Ф9.1-1** Аэродинамическое качество крыла  $k$  определяется как отношение  $Y/X$ , где  $X$  – сила сопротивления воздуха (компонента полной аэродинамической силы  $R$ , направленная против скорости  $u$  крыла), а  $Y$  – подъёмная сила (компонента силы  $R$ , направленная перпендикулярно скорости  $u$  крыла). Аэродинамическое качество крыла не зависит от скорости движения и свойств воздуха. Планер с аэродинамическим качеством  $k = 15$  столкнули с горы высотой  $H = 1$  км. Считая, что движение планера быстро стабилизировалось, найдите, на каком расстоянии  $L$  от точки старта (вдоль поверхности земли) он приземлился?

Ответ.  $L = 15$  км.

Решение.

Изобразим на рисунке силы, действующие на планер в процессе движения. При установившемся полёте аэродинамическая сила  $\vec{R}$ , действующая на крыло, компенсирует силу тяжести, а значит направлена строго вертикально. Угол  $\phi$  между направлением вектора скорости  $\vec{u}$  и горизонтом ( $\text{tg}(\phi) = \frac{H}{L}$ ) равен углу между силой  $\vec{X}$  и горизонтом так как  $\vec{u}$  и  $\vec{X}$  коллинеарны.



Не трудно установить, что в таком случае угол  $\phi$  также образуют вектора  $\vec{R}$  и  $\vec{Y}$ , откуда  $\text{tg}(\phi) = \frac{X}{Y} = \frac{1}{k}$ , откуда  $\frac{H}{L} = \frac{1}{k}$  и  $L = kH = 15$  км.

Критерии оценивания.

Вывод о нулевой равнодействующей — 1 балл.

Вывод о вертикальности  $\vec{R}$  — 1 балл.

Выражения для  $\phi$  через  $X$  и  $Y$  и через  $H$  и  $L$  — по 1 баллу за каждое соотношение.

(Либо 2 балла за финальное соотношение из подобия треугольников)

Итоговое выражение и ответ — 1 балл.

**Ф9.2-1** На криптофермах для охлаждения используют поток холодной воды, прокачиваемый через теплоотвод процессора. Оцените температуру воды, которая должна подаваться в систему охлаждения криптофермы, чтобы температура процессора не превышала  $60^\circ\text{C}$  при вычислениях с тактовой частотой 3 ГГц, если при прохождении через теплоотвод процессора вода практически не нагревается. Считайте что при одном такте работы процессора выделяется теплота

$q = 1.2 \cdot 10^{-12}$  Дж, а коэффициент теплоотдачи равен  $\kappa = 30$  мВт/см<sup>2</sup>·°С. Площадь процессора равна  $S = 4$  см<sup>2</sup>.

Ответ. 30°С.

Решение.

В стационарном случае весь тепловой поток от процессора будет уносить вода. За короткое время  $\Delta t$  процессор передаст системе охлаждения теплоту  $Q = \kappa S(T_{\text{п}} - T_{\text{в}})\Delta t$ . С другой стороны за это же время  $\Delta t$  произойдёт  $N = \nu \Delta t$  вычислительных операций и выделившаяся теплота составит  $Q = \nu q \Delta t$ . Отсюда, температура воды будет равна

$$T_{\text{в}} = T_{\text{п}} - \frac{\nu q}{\kappa S} = 30^{\circ}\text{С}.$$

Критерии оценивания.

Записан закон Ньютона-Рихмана — 1 балл.

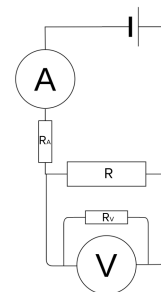
Записано уравнение теплового баланса — 1 балл.

Верное выражение для теплоты, выделяемой процессором — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф9.3-1** При измерении малых сопротивлений оказывается важным учёт сопротивления измерительных приборов. Для измерения сопротивления нихромовой проволоки  $R$  используется схема, представленная на рисунке, где  $R_A = 5$  Ом и  $R_V = 1$  кОм — эквивалентные сопротивления амперметра и вольтметра соответственно. Показания амперметра равны  $I_A = 2,5$  мА, а вольтметра  $U_V = 100$  мВ. Чему равно сопротивление нихромовой проволоки?



Ответ. 41,7 Ом

Решение. Сумма токов через проволоку и вольтметр равна току через амперметр. Напряжение на проволоке равно напряжению на вольтметре. Ток через вольтметр будет равен  $I_V = U_V/R_V$ . Отсюда ток через нихромовую проволоку будет равен  $I = I_A - I_V = I_A - U_V/R_V$ . Отсюда получим ответ  $R = U_V/I = \frac{U_V}{I_A - U_V/R_V} = 41,7$  Ом.

Критерии оценивания.

Получен ток через вольтметр — 1 балл.

Получен ток через проволоку — 1 балл.

Записан закон Ома для проволоки — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф9.4-1** В компьютерном зрении для определения положения объекта он снимается двумя одинаковыми камерами, объективы которых настроены на фокусные расстояния  $F_1 = 72$  мм и  $F_2 = 74$  мм. Угол между главными оптическими осями камер равен  $90^{\circ}$ . Считайте, что камеры расположены на одинаковой высоте  $H = 1,5$  м. Найдите высоту, на которой расположен объект, и расстояние до камер, если расстояние по вертикали от центра матрицы до изображения объекта  $y_1 = 250$  пикселей на первой камере и  $y_2 = 81$  пиксель на второй камере. Считайте что матрица квадратная, со стороной квадрата  $a = 2$  см и содержит  $10^6$  квадратных пикселей, а расстояние от объектива до матрицы равно  $d = 7,5$  см.

Ответ.  $f_1 = 0,953$  м,  $f_2 = 2,97$  м,  $h = 1,3$  м.

Решение. Так как объективы настраиваются так, чтобы изображение изучаемого тела было сфокусировано на матрице, следовательно из формулы тонкой линзы можно найти расстояния до первой и второй камеры.

$$f_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = 1,8 \text{ м}$$

$$f_2 = \frac{F_2 d}{d - F_2} = 5,55 \text{ м}$$

Изображение объекта действительное перевернутое. Тогда из подобия треугольников, получаемых при построении хода лучей:

$$h = H + f_1 l_1 / d = 1.62 \text{ м},$$

где  $l_1 = a/2 \cdot y_1/500$  – координата изображения на матрице в абсолютных значениях длины.

*Критерии оценивания.*

Проведены рассуждения о фокусировке объективов — 1 балл.

Записана формула тонкой линзы — 1 балл.

Получено значение для расстояний — 1 балл.

Получено выражение для высоты — 1 балл.

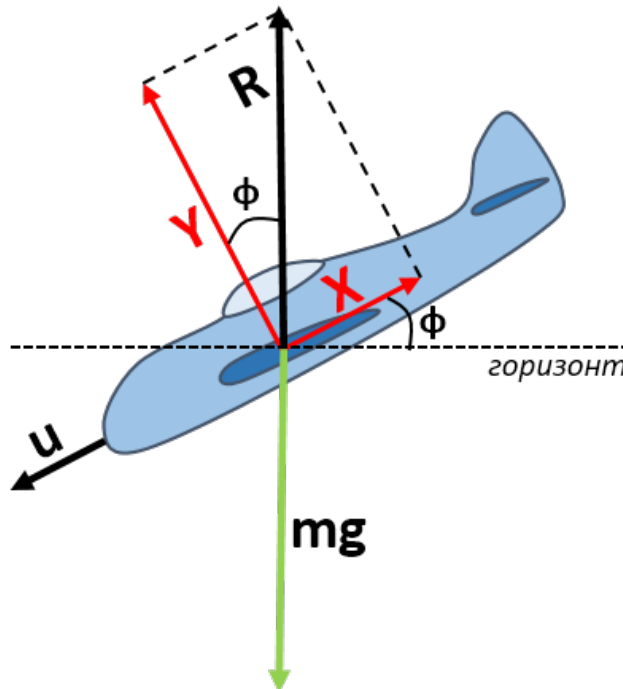
Получено значение для высоты — 1 балл.

**Ф9.1-2** Аэродинамическое качество крыла  $k$  определяется как отношение  $Y/X$ , где  $X$  – сила сопротивления воздуха (компонента полной аэродинамической силы  $R$ , направленная против скорости  $u$  крыла), а  $Y$  – подъёмная сила (компонента силы  $R$ , направленная перпендикулярно скорости  $u$  крыла). Аэродинамическое качество крыла не зависит от скорости движения и свойств воздуха. Планер с аэродинамическим качеством  $k = 13$  столкнули с горы высотой  $H = 2$  км. Считая, что движение планера быстро стабилизировалось, найдите, на каком расстоянии  $L$  от точки старта (вдоль поверхности Земли) он приземлился?

Ответ.  $L = 26$  км.

Решение.

Изобразим на рисунке все силы, действующие на планер в процессе движения. При установившемся полёте аэродинамическая сила  $\vec{R}$ , действующая на крыло, компенсирует силу тяжести, а значит направлена строго вертикально. Угол  $\phi$  между направлением вектора скорости  $\vec{u}$  и горизонтом ( $\text{tg}(\phi) = \frac{H}{L}$ ) равен углу между силой  $\vec{X}$  и горизонтом так как  $\vec{u}$  и  $\vec{X}$  коллинеарны.



Не трудно установить, что в таком случае угол  $\phi$  также образуют вектора  $\vec{R}$  и  $\vec{Y}$ , откуда  $\text{tg}(\phi) = \frac{X}{Y} = \frac{1}{k}$ , откуда  $\frac{H}{L} = \frac{1}{k}$  и  $L = kH = 26$  км.

Критерии оценивания.

Вывод о нулевой равнодействующей — 1 балл.

Вывод о вертикальности  $\vec{R}$  — 1 балл.

Выражения для  $\phi$  через  $X$  и  $Y$  и через  $H$  и  $L$  — по 1 баллу за каждое соотношение.

(Либо 2 балла за финальное соотношение из подобия треугольников)

Итоговое выражение и ответ — 1 балл.

**Ф9.2-2** На криптофермах для охлаждения используют поток холодной воды, прокачиваемый через теплоотвод процессора. Оцените какой температуры должна подаваться вода в систему охлаждения криптофермы, чтобы температура процессора не превышала  $60^\circ\text{C}$  при вычислениях с тактовой частотой  $4,5$  ГГц, если при прохождении через теплоотвод процессора вода практически не нагревается. Считайте что при одном такте работы процессора выделяется

теплота  $q = 1,2 \cdot 10^{-12}$  Дж, а коэффициент теплоотдачи равен  $\kappa = 30$  мВт/см<sup>2</sup>·°С. Площадь процессора равна  $S = 6$  см<sup>2</sup>.

*Ответ.* 20°С

*Решение.* В стационарном случае весь тепловой поток от процессора будет уносить вода. За короткое время  $\Delta t$  процессор передаст системе охлаждения теплоту  $Q = \kappa S(T_{\text{п.}} - T_{\text{в.}})\Delta t$ . С другой стороны за это же время  $\Delta t$  произойдёт  $N = \nu \Delta t$  вычислительных операций и выделившаяся теплота составит  $Q = \nu q \Delta t$ . Отсюда, температура воды будет равна

$$T_{\text{в.}} = T_{\text{п.}} - \frac{\nu q}{\kappa S} = 20^\circ\text{С.}$$

*Критерии оценивания.*

Записан закон Ньютона-Рихмана теплоотдачи — 1 балл.

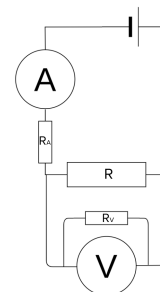
Записано уравнение теплового баланса — 1 балл.

Получено выражение тепла, выделяемого процессором — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф9.3-2** При измерении малых сопротивлений оказывается важным учёт сопротивления измерительных приборов. Для измерения сопротивления нихромовой проволоки  $R$  используется схема, представленная на рисунке, где  $R_A = 0,3$  Ом и  $R_V = 2$  кОм — эквивалентные сопротивления амперметра и вольтметра соответственно. Показания амперметра равны  $I_A = 3,5$  мА, а вольтметра  $U_V = 150$  мВ. Чему равно сопротивление нихромовой проволоки?



*Ответ.* 44,78 Ом.

*Решение.* Сумма токов через проволоку и вольтметр равна току через амперметр. Напряжение на проволоке равно напряжению на вольтметре. Ток через вольтметр будет равен  $I_V = U_V/R_V$ . Отсюда ток через нихромовую проволоку будет равен  $I = I_A - I_V = I_A - U_V/R_V$ . Отсюда получим ответ  $R = U_V/I = \frac{U_V}{I_A - U_V/R_V} = 44,78$  Ом.

*Критерии оценивания.*

Получен ток через вольтметр — 1 балл.

Получен ток через проволоку — 1 балл.

Записан закон Ома для проволоки — 1 балл.

Получено итоговое выражение — 1 балл.

Получен правильный ответ — 1 балл.

**Ф9.4-2** В компьютерном зрении для определения положения объекта он снимается двумя одинаковыми камерами, чьи объективы настроены на фокусные расстояния  $F_1 = 52$  мм и  $F_2 = 54$  мм. Угол между главными оптическими осями камер равен  $90^\circ$ . Считайте, что камеры расположены на одинаковой высоте  $H = 1$  м. Найдите высоту, на которой расположен объект, и расстояние до камер, если расстояние по вертикали от центра матрицы до изображения объекта  $y_1 = 450$  пикселей на первой камере и  $y_2 = 145$  пикселей на второй камере. Считайте что матрица квадратная, со стороной  $a = 4$  см и содержит  $10^6$  квадратных пикселей, а расстояние от объектива до матрицы равно  $d = 5,5$  см.

*Ответ.*  $f_1 = 0,953$  м,  $f_2 = 2,97$  м,  $h = 1,3$  м.

*Решение.* Так как объективы настраиваются так, чтобы изображение изучаемого тела было сфокусировано на матрице, следовательно, из формулы тонкой линзы можно найти расстояния до первой и второй камер.

$$f_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = 0,953 \text{ м}$$

$$f_2 = \frac{F_2 d}{d - F_2} = 2,97 \text{ м}$$

Изображение объекта действительное перевернутое. Тогда из подобия треугольников, получаемых при построении хода лучей:

$$h = H + f_1 l_1 / d = 1,3 \text{ м.}$$

где  $l_1 = a/2 \cdot x_1/500$  – координата изображения на матрице в абсолютных значениях длины.

*Критерии оценивания.*

Проведены рассуждения о фокусировке объективов — 1 балл.

Записана формула тонкой линзы — 1 балл.

Получено значение для расстояний — 1 балл.

Получено выражение для высоты — 1 балл.

Получено значение для высоты — 1 балл.