

Ф10.1-3 Астрофизик Василий, находясь на конференции в Ялте, стал от скуки делать «блинчики» на воде камушками. После отскока от воды, камушек способен подняться на 20% меньшую высоту по сравнению с абсолютно упругим ударом. С какой скоростью Василию нужно горизонтально бросить камушек с высоты 1 метр, чтобы он попал после «блинчика» в верхнюю точку буйка высотой 50 см, находящегося на расстоянии 10 метров от берега?

Ф10.1-4 Астрофизик Василий, находясь на конференции в Ялте, стал от скуки делать «блинчики» на воде камушками. После отскока от воды, камушек способен подняться на 15% меньшую высоту по сравнению с абсолютно упругим ударом. С какой скоростью Василию нужно горизонтально бросить камушек с высоты 1,5 метра, чтобы он попал после «блинчика» в верхнюю точку буйка высотой 70 см, находящегося на расстоянии 8 метров от берега?

Решение.

Допустим начальная скорость камушка равна v_0 , а высота h . Тогда первый «блинчик» произойдёт через время $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ в точке $x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

При ударе о воду камушек теряет часть $\sqrt{\alpha}$ модуля вертикальной скорости, но сохраняет горизонтальную. Максимальная высота подъема камушка после удара о воду будет составлять $h_2 = (1 - \alpha)h = v_y^2/2g$. Расстояние, которое нужно пройти до буйка равно $x_2 = v_0 t_2$. Так как камешек должен удариться о боек в его верхней точке H , то за время t_2 камешек должен успеть подняться до верхней точки буйка $H = v_y t_2 - gt_2^2/2$. Подставил всё в одну формулу $H = \sqrt{2g(1 - \alpha)h}(L/v_0 - \sqrt{2h/g}) - g/2(L/v_0 - \sqrt{2h/g})^2$ Выражая необходимую скорость получаем ответ

Критерии проверки.

№	Пункт критериев	Балл
1	Найдена точка удара камешка о воду.	1
2	Найдена вертикальная составляющая скорости после удара.	1
3	Получено условие удара камня о боек.	2
4	Получен ответ	1

Ф10.2-3 Один моль идеального газа подвергается адиабатическому сжатию, в результате которого его давление увеличивается в 2,73 раза. Начальная температура газа составляет $T_1 = 300$ К, а конечная температура достигает $T_2 = 400$ К. После эксперимента газ взвесили и оказалось, что его масса составила 2 грамма. Чему равна масса одного атома газа?

Ф10.2-4 Один моль идеального газа подвергается адиабатическому сжатию, в результате которого его давление увеличивается в 1,7 раз. Начальная температура газа составляет $T_1 = 300$ К, а конечная температура достигает $T_2 = 350$ К. После эксперимента газ взвесили и оказалось, что его масса составила 32 грамма. Чему равна масса одного атома газа?

Решение.

Уравнение адиабаты для идеального газа:

$$PV^\gamma = \text{const}$$

Переходя к переменным T и P , получаем:

$$PT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}$$

Введем коэффициент $\alpha = \frac{\gamma}{\gamma-1}$. Тогда для отношения давлений:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\alpha$$

Выражая α :

$$\alpha = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{T_1}{T_2}}$$

Подставляя численные значения, находим $\alpha \approx 3,5$. Это значение соответствует показателю адиабаты $\gamma = \frac{7}{5}$, характерному для двухатомного газа. Таким образом, молекула газа состоит из двух атомов. Тогда масса одного атома составляет $m_A = m/2N_A$.

Критерии проверки.

№	Пункт критериев	Балл
1	Записано уравнение адиабаты и получен показатель адиабаты.	2
2	Получено выражение для количества атомов в молекуле.	1
3	Записано выражение для массы атома.	1
4	Получен ответ	1

Ф10.3-3 При исследовании астероидов и спутников планет с каменной поверхностью большой проблемой является налипание пыли на проводящие поверхности исследовательских аппаратов. Подобные спутники не имеют магнитного поля, в силу чего пылинки заряжаются из-за космических лучей. Их характерный заряд равен $q \approx 1$ нКл, а радиус $r \approx 100$ мкм. Считая что проводящая поверхность космического аппарата представляет собой плоскость оцените какой потенциал необходимо сообщить поверхности, чтобы пылинки не налипали.

Ф10.3-4 При исследовании астероидов и спутников планет с каменной поверхностью большой проблемой является налипание пыли на проводящие поверхности исследовательских аппаратов. Подобные спутники не имеют магнитного поля, в силу чего пылинки заряжаются из-за космических лучей. Их характерный заряд равен $q \approx 2$ нКл, а радиус $r \approx 150$ мкм. Считая что проводящая поверхность космического аппарата представляет собой плоскость оцените какой потенциал необходимо сообщить поверхности, чтобы пылинки не налипали.

Решение.

Запишем закон сохранения энергии для пылинки, пренебрегая её кинетической энергией. Пылинка прилипнет, если энергия взаимодействия плоскости и пылинки будет отрицательной. Запишем энергию пылинки как сумму энергий от взаимодействия с зарядом плоскости и индуцированным изображением пылинки.

$$W = q\varphi_s + q\varphi_i$$

Так как поле вне пылинки совпадает с полем точечного заряда, то потенциал изображения будет равен $\varphi_i = -k\frac{q}{2r}$. Также, из-за малости размера пылинки пренебрежем отличием потенциала плоскости и потенциала в центре пылинки.

С учётом того, что условие налипания $W = 0$, получим

$$\varphi_s = k \frac{q}{2r} = 45 \text{ кВ.}$$

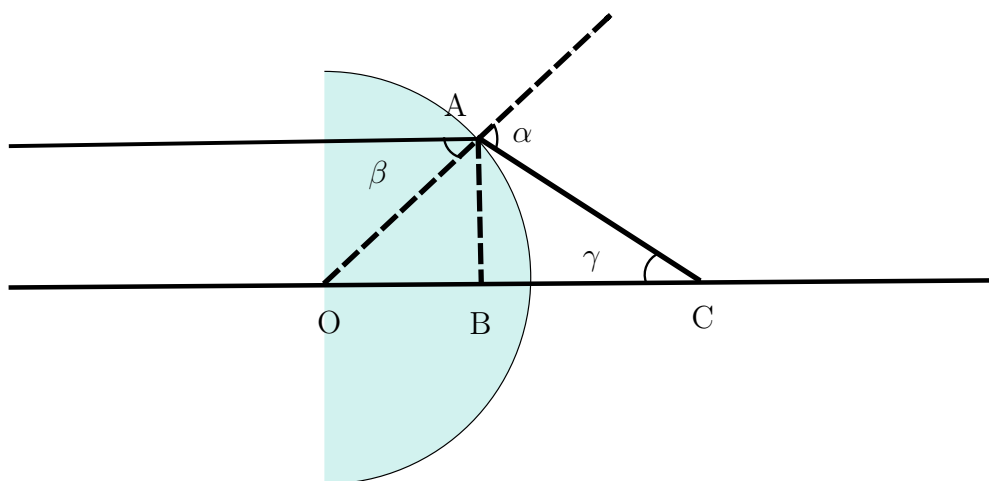
Критерии проверки.

№	Пункт критериев	Балл
1	Получено условие прилипания пылинки.	2
2	Получен потенциал изображения пылинки.	2
3	Получено выражение для потенциала плоскости и ответ.	1

Ф10.4-3 В обсерватории пропало электричество. Астрономы решили не терять времени зря и запастись электроэнергией на ночь, для этого они решили установить линзу в форме полуцилиндра (радиус основания $R = 0,75$ м, высота $H = 0,4$ м, показатель преломления $n = 1.4$) в крышу, чтобы собрать лучи на солнечную панель (длина панели $H = 0,4$ м, ширина $2L = 0,5$ м). Какая длина фокусного отрезка такой линзы? Где следует установить солнечную панель, чтоб собрать наибольшее количество лучей? Считайте, что штатив позволяет обеспечивать нормальное падение лучей на линзу.

Ф10.4-4 В обсерватории пропало электричество. Астрономы решили не терять времени зря и запастись электроэнергией на ночь, для этого они решили установить линзу в форме полуцилиндра (радиус основания $R = 2$ м, высота $H = 0,5$ м, показатель преломления $n = 1.4$) в крышу, чтобы собрать лучи на солнечную панель (длина панели $H = 0,5$ м, ширина $2L = 1$ м). Какая длина фокусного отрезка такой линзы? Где следует установить солнечную панель, чтоб собрать наибольшее количество лучей? Считайте, что штатив позволяет обеспечивать нормальное падение лучей на линзу.

Решение.



Солнечные лучи можно считать параллельным пучком. Тогда рассмотрим ход лучей в линзе. Так как лучи падают нормально, на первой поверхности они не преломляются. Для второй, по закону Снеллиуса получим:

$$n \sin \beta = \sin \alpha \quad (16)$$

Для предельно преломившегося луча ($\sin \alpha_{\text{кр}} = 1$):

$$\beta_{\text{кр}} = \arcsin \frac{1}{n} \approx 38,7^\circ \quad (17)$$

Получаем ограничение на угол падения, теперь рассмотрим ход произвольного луча и найдем его пересечение с ГОО. Для треугольника АОС:

$$\beta + \gamma = \alpha \quad (18)$$

Для треугольника АОВ:

$$AB = R \sin \beta \quad (19)$$

Для треугольника АВС:

$$BC = AB \cdot \text{ctg} \gamma \quad (20)$$

Для точки пересечения получаем:

$$OC = OB + BC = R(\cos \beta + \sin \beta \cdot \text{ctg}(\alpha - \beta)) \quad (21)$$

Подставив значения $\beta_{\text{кр}} = \arcsin \frac{1}{n}$ и $\alpha_{\text{кр}} = \frac{\pi}{2}$ для предельного луча, получим один из концов фокального отрезка:

$$OC_1 = R(\cos \beta_{\text{кр}} + \sin \beta_{\text{кр}} \tan \beta_{\text{кр}}) = R \left(\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} + \frac{1}{n\sqrt{n^2 - 1}} \right) = \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (22)$$

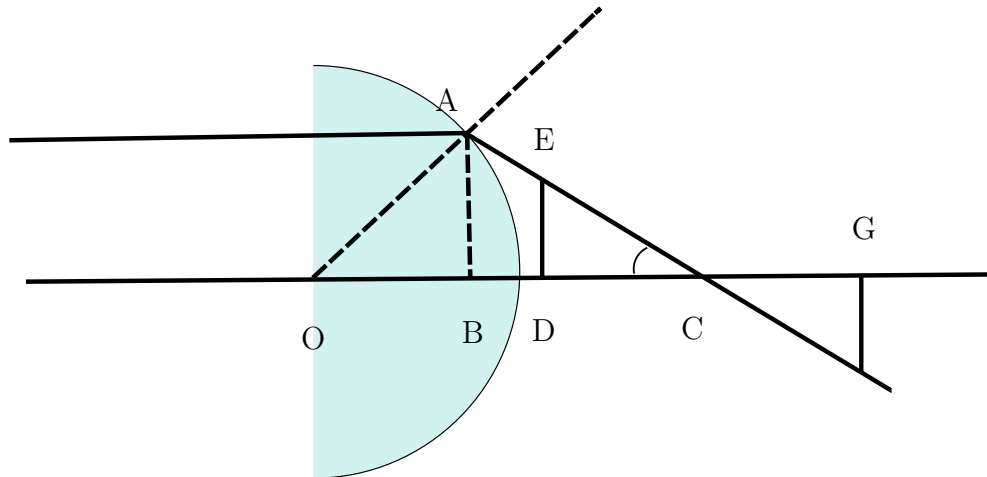
Теперь рассмотрим лучи в параксиальном приближении. В этом случае линзу можно считать тонкой с радиусами кривизны $R_1 = \infty$ и $R_2 = R$. Тогда второй конец фокального отрезка, с учетом радиуса линзы:

$$OC_2 = R + \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \frac{nR}{n-1} \quad (23)$$

Найдем длину фокального отрезка:

$$C_1C_2 = OC_2 - OC_1 = \frac{nR}{\sqrt{n-1}} \left(\frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \quad (24)$$

Найдем положение солнечной панели, при котором все лучи будут на нее попадать. Из подобия треугольников ABC_1 и DEC_1 , где DE - полстороны панели, получаем:



$$\frac{DC_1}{BC_1} = \frac{ED}{AB} \quad (25)$$

$$\frac{DC_1}{BC_1} = \frac{L}{R \sin \alpha_{\text{кр}}} \quad (26)$$

$$DC_1 = \frac{L}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (27)$$

Так как лучи распространяются по прямым и в силу симметрии:

$$C_1G = DC_1 = \frac{L}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (28)$$

Тогда панель следует установить между точками D и G :

$$OD = OC_1 - DC_1 = \frac{nR - L}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (29)$$

$$OG = OC_1 + C_1G = \frac{nR + L}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (30)$$

Критерии проверки.

№	Пункт критериев	Балл
1	Получен конец фокального отрезка для параксиального приближения.	1
2	Получена точка пересечения ГОО для толстой линзы, найдем критический угол.	1
3	Получен второй конец фокального отрезка.	1
4	Рассмотрен предельный случай расположения панели.	1
5	Получен ответ для возможного расположения панели.	1