

Олимпиада «Физтех» .
2025 год, профиль «научно-технический».
Решения экспериментального тура.

Измерение ёмкости и утечки электролитического конденсатора. 11 класс.

I. Теория

1. Формула разряда конденсатора через резистор (11 класс)

При разряде конденсатора через резистор R напряжение на конденсаторе $U(t)$ равно напряжению на резисторе. Тогда

$$i(t) = \frac{U(t)}{R},$$

но через конденсатор ток определяется как:

$$i(t) = C \frac{dU}{dt}.$$

С учётом убывания напряжения получаем

$$C \frac{dU}{dt} = -\frac{U(t)}{R}.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

где $U_0 = U(0)$ — начальное напряжение конденсатора.

Величина $\tau = RC$ называется *константой времени* или *временной постоянной* цепи.

Оставшаяся энергия в конденсаторе через время $\tau = RC$ (10 класс)

Пусть конденсатор изначально заряжен до напряжения U_0 . Его начальная энергия:

$$E_0 = \frac{1}{2} C U_0^2.$$

При разряде через резистор R по закону

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

через время $\tau = RC$ напряжение становится

$$U(\tau) = U_0 e^{-1} = \frac{U_0}{e}.$$

Тогда энергия в тот же момент:

$$E(\tau) = \frac{1}{2} C (U(\tau))^2 = \frac{1}{2} C \frac{U_0^2}{e^2} = E_0 \cdot \frac{1}{e^2}.$$

Численно $\frac{1}{e^2} \approx 0.135$. То есть это примерно 13.5% от первоначальной энергии конденсатора.

2. Определение ёмкости C

Из того же закона следует, что если записать напряжение $U(t)$ в моменты времени t и построить график $\ln\left(\frac{U(t)}{U_0}\right)$ от t , получится прямая с наклоном $-\frac{1}{RC}$. Таким образом, измеряя время t за которое напряжение падает, например, до U_0/e (или любым другим способом, используемым в эксперименте), мы можем вычислить $\tau = RC$ и тем самым найти $C = \frac{\tau}{R}$.

3. Сопротивление утечки при малом обратном напряжении

Если электролитический конденсатор подключить «наоборот» (при низком напряжении, порядка 1 В), то через него может протекать небольшой утечный ток. В стационарном режиме, когда ток и напряжение устоялись, можно говорить о некотором сопротивлении $R_{\text{ут}}$. Если при подключённой батарееке $U_b \approx 1,2$ В мы наблюдаем через мультиметр устоявшееся напряжение U_C на конденсаторе, то по простому закону Ома можно приблизительно оценить $R_{\text{ут}}$.

$$I = \frac{U_b - U_C}{R_{\text{внешн}}} \quad \text{и} \quad I = \frac{U_C}{R_{\text{ут}}}.$$

Отсюда, зная U_C , U_b и $R_{\text{внешн}}$, можно вычислить R .

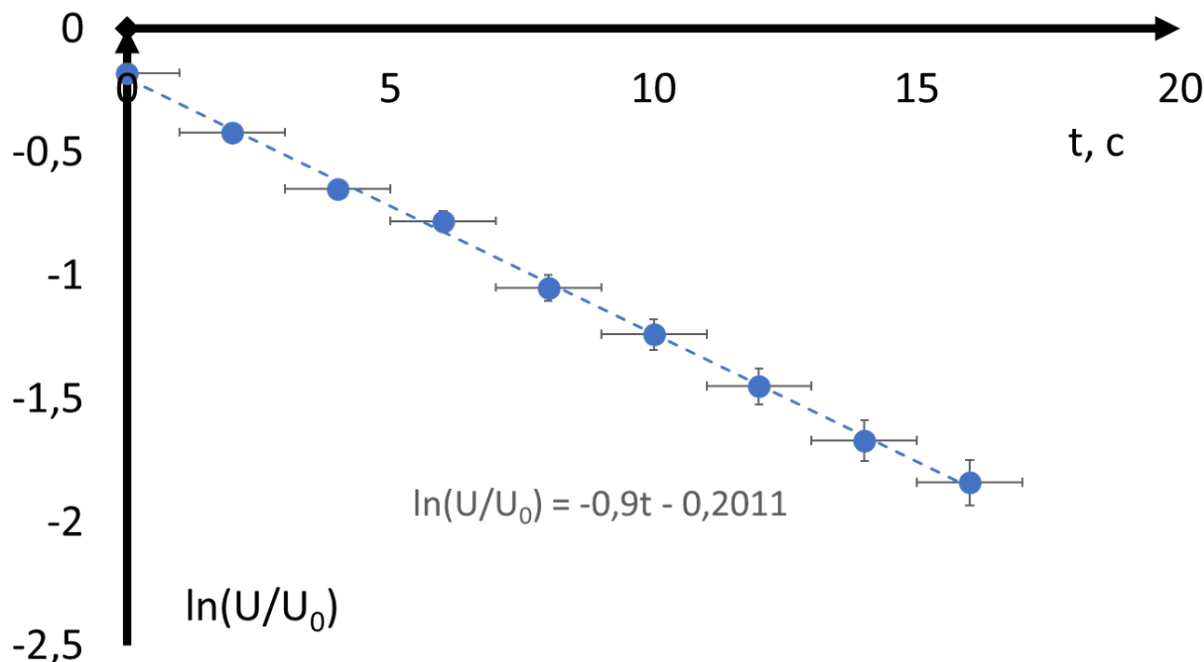
II. Эксперимент

1) Определение ёмкости конденсатора в прямом подключении.

- 1) Зарядим конденсатор от батарейки, зафиксировав напряжение U_0 .
- 2) Отключим источник и замкнём конденсатор на резистор R — так, чтобы он разряжался через этот резистор.
- 3) Одновременно запустим секундомер и следите за падением напряжения $U(t)$ (используем мультиметр).
- 4) Зафиксируем время, когда напряжение упадёт, например, до $U_0/e \approx 0.37 U_0$. Это время есть $\tau = RC \approx 10$ с.
- 5) Измерим R мультиметром, получим 1 МОм. Тогда $C = \frac{\tau}{R} \approx 10$ мкФ.
- 6) Для большей точности можно измерить несколько точек $(t_i, U(t_i))$ и построить график $\ln\left(\frac{U(t)}{U_0}\right)$ от t . Угловой коэффициент прямой будет $-\frac{1}{RC}$. Оба варианта решения оцениваются баллами.

2) Определение ёмкости при обратном подключении.

- 1) Повторим аналогичную процедуру разряда через тот же резистор.
- 2) Сравним полученную временную постоянную τ' и тем самым $C_{\text{back}} = \frac{\tau'}{R}$.
- 3) Типично для электролитических конденсаторов в обратном включении эффективная ёмкость может оказаться меньше (на проверенных конденсаторах отличие до 5%).



3) Измерение сопротивления утечки при малом обратном напряжении.

- 1) Подключим конденсатор в обратной полярности к батарейке.
- 2) Дождёмся, когда напряжение на клеммах конденсатора U_C стабилизируется.
- 3) Определим ток утечки I :

$$I = \frac{U - U_C}{R_{\text{доп}}}.$$

- 4) Определим её сопротивление:

$$R = \frac{U_C}{I} \approx 10 \text{ МОм}.$$

4) Учет сопротивления мультиметра.

- При измерении напряжения мультиметр имеет конечное входное сопротивление, обычно порядка 1 – 10 МОм.
- Если резистор R или утечка $R_{\text{ут}}$ оказываются в таком же диапазоне (мегаомы), то надо внести поправку на параллельное включение $R_{\text{ут}}$ и $R_{\text{м}} \approx 10 \text{ МОм}$.
- Аналогично, при измерениях тока через мультиметр, его внутренняя схема добавляет сопротивление шунта.

Допускается указать какие погрешности измерений у вас при этом возникали или учесть параллельное сопротивление мультиметра в ходе.

Мёртвая петля. 11 класс.

I. Теория

1. Условие совершения полной петли вокруг стержня (радиуса r)

Предположим, что маятник длиной L подвешен в верхней точке, и на некотором расстоянии ниже (на расстоянии x от верха) расположен стержень. Если маятник (груз на нити) «перехватывается» за этот стержень, то дальнейшее движение идёт по окружности радиуса

$$r = L - h,$$

где h — отступ от верхнего подвеса. Чтобы груз прошёл полный оборот (т.е. совершил «мёртвую петлю» вокруг стержня), нужно, чтобы в наивысшей точке малой окружности (радиуса r) сила натяжения нити T была больше или равна нулю:

$$T \geq 0 \implies T = \frac{mv^2}{r} - mg \geq 0 \implies \frac{mv^2}{r} \geq mg \implies v^2 \geq gr.$$

2. Критический радиус r

В момент старта (угол α от вертикали) груз имеет потенциальную энергию (за отсчёт можно взять нижнее положение маятника или верхнюю точку—не столь существенно, важно лишь различие высот). При достижении верхней точки окружности радиуса r скорость должна быть v :

$$v^2 = v_0^2 - 4gr = 2gL - 4gr.$$

, где v_0 — скорость в момент начала движения по окружности r .

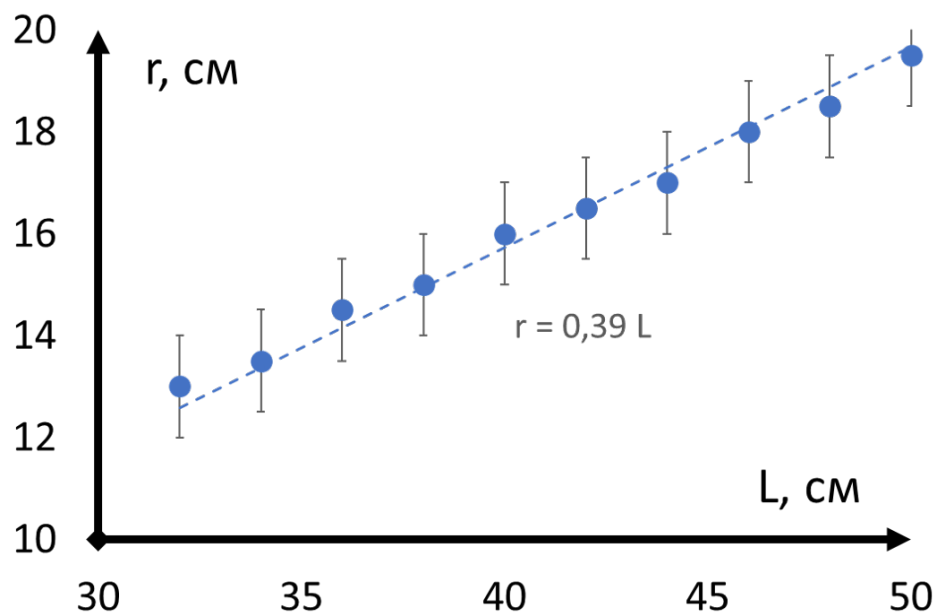
С другой стороны, в критическом случае $v^2 = gr = 2gL - 4gr \Rightarrow r = \frac{2}{5}L$.

II. Эксперимент

- 1) Соберём установку с фото, она позволяет быстро менять длину L и измерять новый $r_{\text{кр}}$. Важно отметить, что $r_{\text{кр}}$ мы можем измерить меняя положение нижней муфты и смотря сбоку, пройдет ли маятник мертвую петлю по окружности или сорвется с неё. Это мы можем сделать не точнее, чем с шагом с которым двигаем муфту. Этот шаг не выходило сделать точнее 0,5 см, это погрешность определения $r_{\text{кр}}$ и она является ключевой.



- 2) Для разных начальных L измерим критические значения радиусов $r_{кр}$. И построим график $r_{кр}$ от L , его угловой коэффициент и будет искомым значением.



- 3) Коэффициент наклона получившейся прямой получается равен $0,39 \pm 0,04$. Оценку на погрешность можно сделать по минимальному углу наклона возможной аппроксимирующей прямой и по максимальному её углу наклона с учетом погрешности измерения $r_{кр}$.

	Мертвая петля – 11 класс	Балл
K1	Записаны условия для совершения полной петли для силы натяжения (1), для скорости (1)	2
K2	Записан ЗСЭ для связи скорости в верхней точки окружности и параметров геометрии L, r (2), получено выражение для критического радиуса (1)	3
K3	Построен график r от L . (0.5 за точку, максимум 4)	4
K4	Определен угловой коэффициент в пределах погрешностей 0.39 ± 0.04 , за значение в одной точке (1)	2
K5	Учтена погрешность линейки (1), другие существенные факторы (1), Проведена оценка погрешностей углового коэффициента (2)	4

	Измерение ёмкости и утечки электролитического конденсатора – 11 класс	Балл
K1	Верно выведена формула падения напряжения на конденсаторе (3 - если ответ доведен до конца, 1 - за выражение тока двумя способами)	3
K2	Пояснено, как найти электроёмкость ($C = t/R$)	1
K3	Описан метод нахождения сопротивления утечки	1
K4	Описан метод нахождения напряжения от времени	1
K5	Измерены хотя-бы 2 напряжения в разные моменты времени	2
K6	Получена электроёмкость 1-30 мкФ (из графика по не менее чем 5 точкам - 3, усреднением - 2, по 1 точке - 1)	3
K7	Измерено правильным образом сопротивление утечки	2
K8	Верно оценено влияние сопротивления мультиметра (или оценена погрешность)	2