

Олимпиада «Физтех» .

2025 год, профиль «научно-технический».

Решения экспериментального тура.

Сыпучее трение (2.0). 9 класс.

I. Теория

Рассмотрим линейку шириной w (толщиной пренебрегаем), погружённую вертикально в сыпучий материал (гречку) на глубину h . Предположим, что давление внутри гречки нарастает *линейно* с глубиной от 0 на поверхности до некоторого значения $p(h) = \rho g h$ на глубине h .

1. Малые глубины (до критической высоты - для 9 класса).

Среднее давление на боковые стенки на глубинах от 0 до h равно $\frac{\rho g h}{2}$, так как давление возрастает линейно с высотой. Площадь боковой поверхности линейки за счёт её ширины w и погружения h равна $S = w \cdot h$.

Тогда полная *нормальная* сила, действующая на линейку за счёт давления, равна

$$N = \frac{\rho g h}{2} \cdot w \cdot h = \frac{\rho g w}{2} h^2.$$

Сила трения в сыпучей среде (в нашем случае мы будем получать величину статического трения) берётся пропорциональной нормальной силе: $F = \mu N$, где μ — коэффициент статического трения «линейка–гречка». Следовательно, не забывая, что у линейки две стороны, получаем:

$$F(h) = \mu \rho g w h^2.$$

На практике при $h \leq h_{\text{crit}}$ (где h_{crit} — условная «предельная глубина», за которой гречка начинает распределять давление преимущественно на стенки) эта формула описывает квадратичный рост силы трения с глубиной. Именно эта сила (за вычетом веса самой линейки) необходима для того, чтобы достать линейку из цилиндра с гречкой.

2. Глубина больше h_{crit} (далее теор. часть только 10го класса).

Когда h становится больше некоторой критической величины h_{crit} , давление достигает своего «предельного» значения уже на глубине h_{crit} и дальше не растёт. График давления превращается в линейную зависимость выходящую на некоторую константу.

Тогда итоговое (среднее) давление по всей глубине уже не растёт квадратично, и сила трения перестаёт возрастать как h^2 . Окончательно для $h \geq h_{\text{crit}}$ (в простейшем случае) получаем:

$$F(h) = \mu \rho g w \left(h_{\text{crit}}^2 + h_{\text{crit}} (h - h_{\text{crit}}) \right).$$

Это означает, что на участке от 0 до h_{crit} давление растёт линейно (давая квадратичный вклад в силу), а с h_{crit} до h оно остаётся постоянным (линейный вклад).

3. Наклон линейки.

Если линейка погружена под углом θ к вертикали, эффективная «глубина» каждой точки будет меньше. Можно показать аналогично — давление растёт от 0 до $\rho g L \cos \theta$ вдоль длины L (если L — длина погружённой части).

$$F(h) = \mu \rho g w L^2 \cos \theta = \mu \rho g w h^2 / \cos \theta.$$

Аналогично заменяется и h_{crit} . Правильным решением будет как зависимость F от длины погруженной части, так и от высоты погружения.

II. Эксперимент

- 1) Для измерения насыпной плотности гречки взвешиваем цилиндр, засыпаем в него гречку, измеряем её объём по делениям цилиндра. Далее вычисляем:
 $\rho = \frac{m_{\text{гр}}}{V_{\text{гр}}} = 820 \pm 10 \text{ кг/м}^3.$



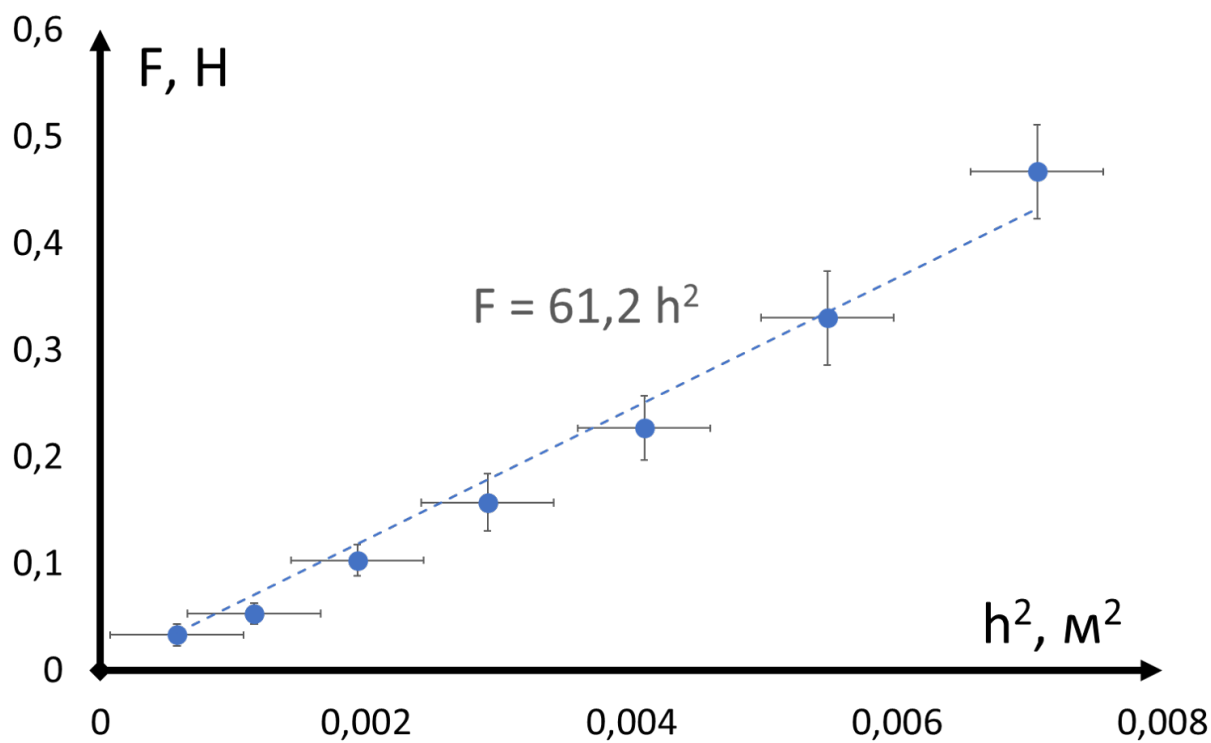
2) Для снятия зависимости силы трения от глубины:

- Погружаем линейку на разную глубину h .
- Вытаскиваем её медленно и фиксируем силу F по показаниям динамометра (к линейке его можно присоединить скотчем). Для одной высоты необходимо сделать усреднение по трём и более измерениям (значения могут колебаться). Также необходимо вычесть показания динамометра для веса линейки в каждом измерении.
- Повторяем для нескольких значений h .

Результаты сводим в таблицу $\{(h_i, F_i)\}$.

3) **Анализ и линеаризация.**

- Для малых h проверяем квадратичную модель, строя график F от h^2 . Если точки ложатся почти на прямую — значит $F \propto h^2$.
- При больших h может появиться отклонение от квадратичного роста, что укажет на эффект уплотнения (достижение h_{crit}). Однако, такой высоты в эксперименте вы не достигнете.



При учете погрешностей по силе учитывалось отклонение от среднего, по горизонтали - погрешность линейки. Оценка погрешности не обязательна.

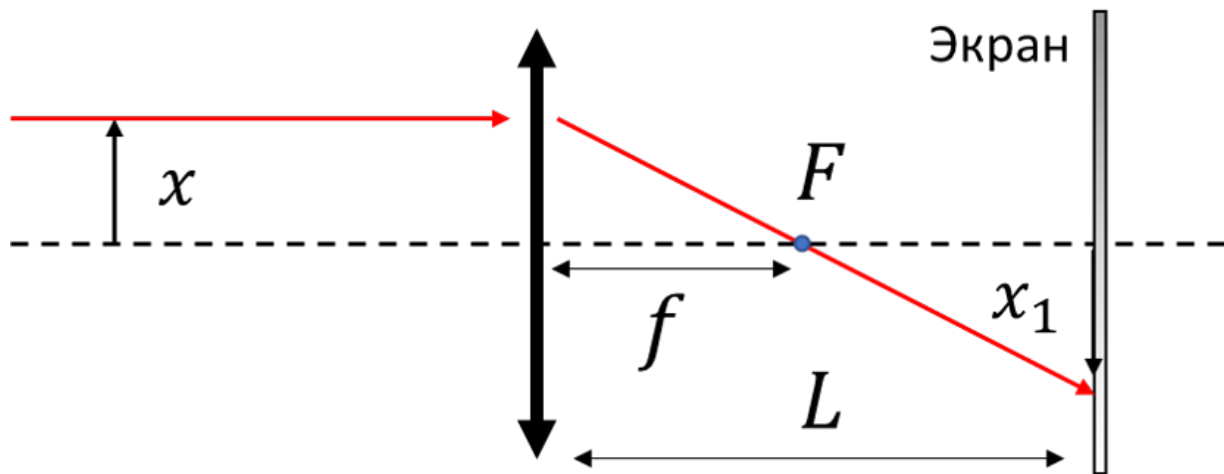
4) Зная ширину линейки w и плотность гречки, находим коэффициент статического трения линейки о гречку из углового коэффициента прямой при линеаризации $\mu = \frac{61,2}{820 \cdot 9,81 \cdot 0,022} = 0,35 \pm 0,05$.

Оптическая Петри. 9 класс.

I. Теория

1. Вывод формулы для координаты падающего луча.

Пусть тонкая линза с фокусным расстоянием f находится в плоскости $z = 0$, а экран расположен дальше по оси z на расстоянии L , причём $L > f$. Луч, параллельный главной оптической оси, приходит на линзу на расстоянии x от этой оси (см. рис.). После преломления в линзе параллельный луч проходит через фокус, то есть в точке $z = f$ пересекает оптическую ось ($x = 0$). Но экран расположен в плоскости $z = L$, где $L > f$, и значит луч уже успевает пересечь ось и «уйти» на другую сторону (далее будем считать, что $L > f$). Принимаются рисунки для различных случаев отношения L к f .



1. Формула координаты x_1 .

Можно воспользоваться подобием треугольников:

$$x_1 = -\frac{x}{f}(L - f).$$

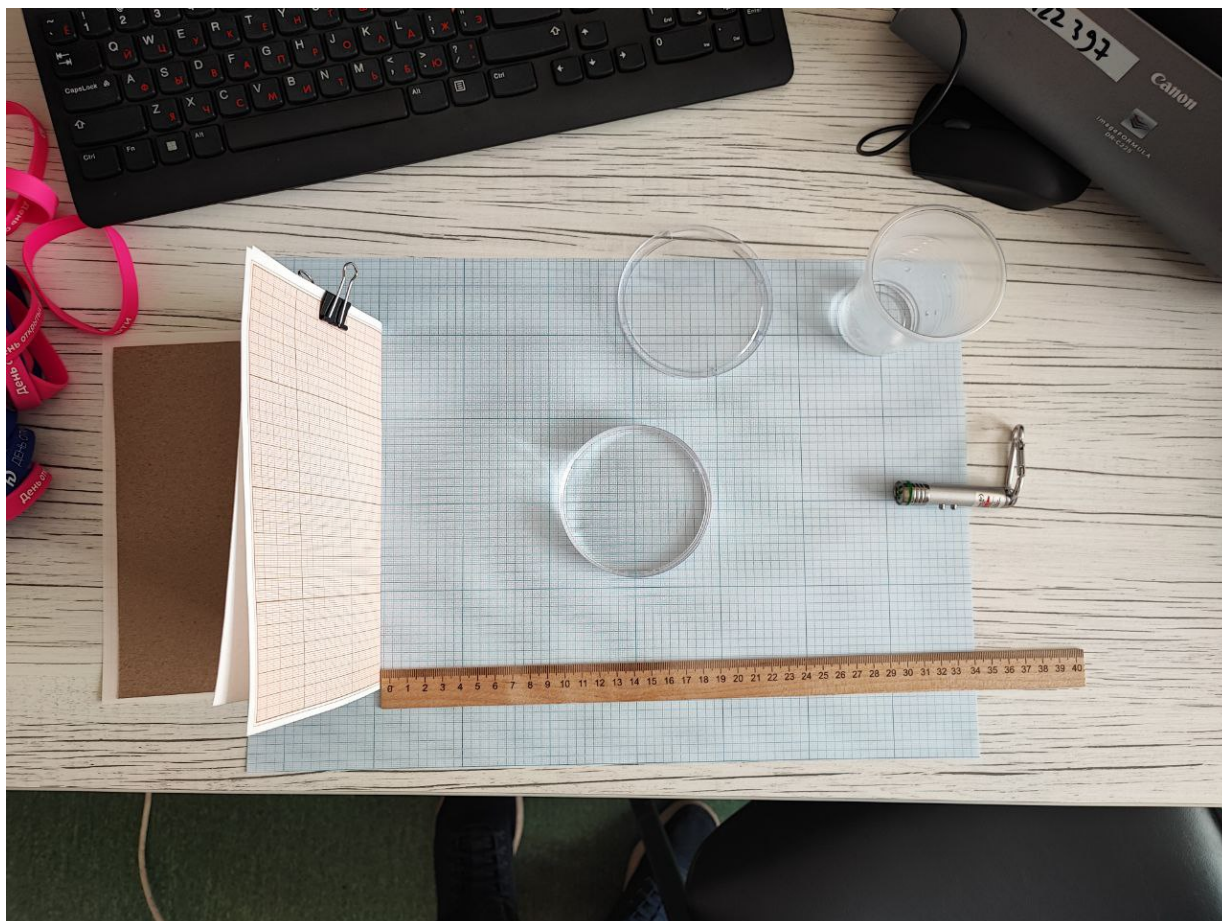
Или эквивалентно:

$$x_1 = x \frac{f - L}{f}.$$

Важно отметить, что f обычно традиционно обозначает расстояние до изображения. В нашем случае это расстояние до точки фокуса.

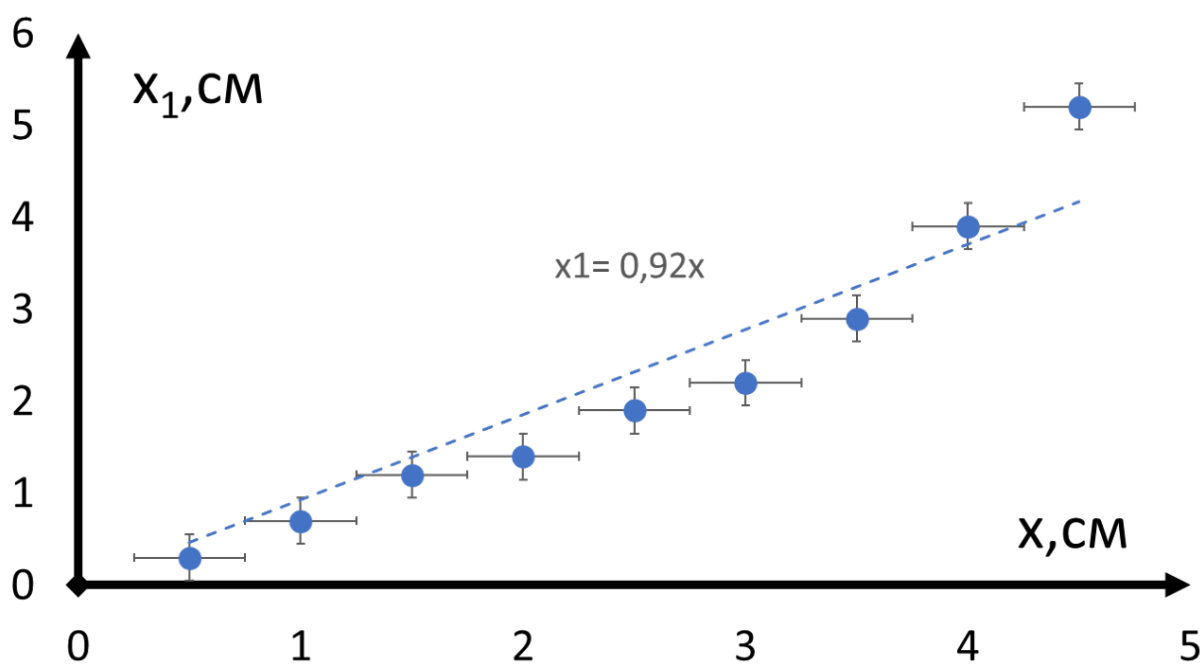
II. Эксперимент

- 1) Установим лазерную указку так, чтобы её луч шёл примерно параллельно столу и попадал в боковые стенки чашки Петри, заполненной водой. Расположите экран (лист картона) за чашкой на расстоянии L . Под установку подложите лист А3 миллиметровки.



2) Замеры зависимости $x_1(x)$.

- Выбираем нулевую точку (оптическую ось), смещаем лазер на расстояние x от оптической оси, проверяйте параллельность лазера оптической оси по миллиметровке.
- Для каждого заданного x фиксируем, куда луч попадает на экране (координата x_1).



- 3) Угловой коэффициент прямой по экспериментальным точкам (так как x_1 на графике у нас отложен по модулю):

$$k_{\text{exp}} = -\frac{x_1}{x}.$$

Отсюда находим фокусное расстояние :

$$f = \frac{L}{1 + k_{\text{exp}}} = 6,3 \pm 0,3 \text{ см.}$$

Важно понимать, что при больших отклонениях от центра, линейная зависимость работать не будет, так как чашка Петри перестаёт работать как тонкая линза. И линейную аппроксимацию нужно строить отдельно для точек до 3 см, там угловой коэффициент оказывается равным $0,75 \pm 0,05$.

- 4) В эксперименте чашка Петри, заполненная водой, играет роль «тонкой линзы». Для оценки показателя преломления n часто используют приближение двояковыпуклой линзы радиуса R . Если преломление воды n достаточно близко к 1.33, а толщина стенки чашки мала, то для такой «линзы» справедливо (в первом приближении):

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R} \implies f = \frac{R}{2(n - 1)}.$$

Отсюда

$$n = 1 + \frac{R}{2f} = 1,4 \pm 0,1.$$

Экспериментально измеряя f и R , мы можем найти n .

	Сыпучее трение 2.0 – 9 класс	Балл
K1	Предложена идея о среднем давлении	1
K2	Выведена суммарная сила реакции опоры, действующая на поверхность линейки	3
K3	Верно записана итоговая формула для силы F(h)	1
K4	Определена насыпная плотность гречки	2
K5	Измерена зависимость силы трения, действующей на линейку, от высоты (0,5 за точку, максимум 3,5)	3,5
K6	Зависимость построена в линеаризованных координатах	2,5
K7	Из углового коэффициента графика измерен коэффициент трения (1 балл, если по усреднению, 0, если по одной точке)	2

	Оптическая Петри – 9 класс	Балл
K1	Построен правильный ход лучей	2
K2	Получена формула	2
K3	Построен график (1 балл за точку, максимум 3) 3 балла, определены погрешности точек 1 балл, определен угловой коэффициент 1 балл (при неверном числовом значении 0 баллов)	5
K4	Определено фокусное расстояние через угловой коэффициент 3 балла (при неверном числовом значении -1 балл), любым другим методом - 2 балла	3
K5	Рассчитан показатель преломления с обоснованием (при неверном числовом значении -1 балл)	3