

Задания, решения и критерии оценки работ очного отборочного тура
Инженерной олимпиады школьников
9 класс, 2024-2025 учебный год

1. На скоростном морском катере установлен электродвигатель, питающийся от аккумуляторных батарей. Двигатель развивает силу тяги $F = 6000$ Н при скорости катера $v = 36$ км/ч. Считая, что КПД двигателя составляет $\eta = 80\%$, а напряжение батареи аккумуляторов - $U = 600$ В, найти ток в обмотке двигателя.

2. Наиболее известным оружием времён первой мировой войны был пулемет «Максим», в котором использовалось водяное охлаждение ствола. Ствол пулемета помещался в кожух объемом $V = 4$ л, в который заливалась вода. За какое время непрерывной стрельбы вода в кожухе закипит, если пулемет совершает $n = 10$ выстрелов в секунду? Масса пороха в патроне $m = 3,1$ г, теплота сгорания пороха $q = 3,8$ МДж/кг. Считать, что на нагревание воды идет $\eta = 0,2$ энергии, выделившейся при сгорании пороха. Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c_v = 4200$ Дж/(кг·град), температура кипения воды $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$. Начальная температура воды $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

3. В стакане находится раствор соли с некоторой неизвестной концентрацией C . Из стакана забирают третью часть раствора и выпаривают его до тех пор, пока концентрация соли не повысится в два раза. После этого выпаренный раствор возвращают обратно в стакан. В результате концентрация соли в стакане становится равной $C + 0,1$. Определить исходную концентрацию C соли в стакане. Считать, что в воде может раствориться любое количество соли.

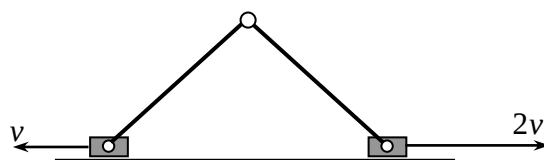
4. Коэффициент объёмного теплового расширения воды достаточно сильно зависит от температуры (см. таблицу). Пользуясь данными таблицы, оцените, во сколько раз возрастёт объём воды при её нагревании от 10°C до температуры кипения 100°C . **Указание.** Коэффициент объёмного теплового расширения β

Температура	Коэффициент теплового расширения
$10 - 20^\circ\text{C}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$ (1/град)
$20 - 40^\circ\text{C}$	$3 \cdot 10^{-4}$ (1/град)
$40 - 60^\circ\text{C}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$ (1/град)
$60 - 100^\circ\text{C}$	$6 \cdot 10^{-4}$ (1/град)

позволяет находить, как изменяется объём тел при нагревании. Если при некоторой температуре объём тела был равен V , то при увеличении температуры на ΔT объём тела вырастет на величину $\Delta V = V\beta\Delta T$.

5. На камбузе (кухне) ледокола, совершающего проход по льдам Северного ледовитого океана, кок (повар) готовит обед для команды. Работают батареи отопления. В результате в камбузе установилась температура $t = 16^\circ\text{C}$. Когда кок включил еще одну плиту для приготовления обеда вахтенным (дежурным), тепловая мощность которой составляет одну четверть от мощности уже работающих источников тепла, в камбузе установилась температура $t_1 = 19^\circ\text{C}$. Какова температура воздуха за бортом ледокола? **Указание.** Отдача тепла от горячего тела холодному пропорциональна разности температур между телами (закон Ньютона-Рихмана).

6. Два ползуна шарнирно соединены с одинаковыми стержнями длиной l , которые в свою очередь шарнирно соединены между собой (см. рисунок). Ползуны движутся по горизонтальной поверхности в противоположные стороны со скоростями v и $2v$. Найти скорость шарнира, связывающего ползуны, в тот момент, когда углы между стержнями и поверхностью равны 45° . Ползуном называют точечную деталь, которая может перемещаться по некоторой поверхности или направляющей.



Решения и критерии оценивания

1. Механическая мощность N двигателя определяется соотношением $N = Fv$ (F - сила тяги двигателя, v - скорость катера), которая составляет долю η от мощности, развиваемой источником тока $P = UI$ (U - напряжение батареи аккумуляторов, I - сила тока в обмотке двигателя), имеем

$$Fv = \eta UI$$

Отсюда находим силу тока в обмотке электродвигателя катера

$$I = \frac{Fv}{U\eta} = 125 \text{ А}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильное использование формулы для механической мощности, развиваемой двигателем - 1 балл
2. Правильное использование формулы для мощности тока – 1 балл
3. Правильное использование КПД электродвигателя – 1 балл
4. Правильный ток в обмотке (формула) – 1 балл
5. Правильный ток в обмотке (число) – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

2. Найдем мощность тепловыделения за счет стрельбы. За время Δt пулемет совершит $\Delta N = n\Delta t$ выстрелов. Поскольку количество теплоты, идущее на нагрев воды при каждом выстреле, равно

$$q_1 = \eta qm,$$

то за время Δt на нагрев воды пойдет следующее количество теплоты

$$\Delta Q = q_1 \Delta N = n\eta qm\Delta t.$$

Поэтому мощность тепловыделения в стволе пулемета есть

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n\eta qm$$

Чтобы вода в кожухе нагрелась до кипения, в кожух должно поступить количество теплоты

$$Q = c_v \rho V (t_{\text{кип}} - t_0)$$

Это тепло выделится за такое время τ , что $P\tau = Q$. Отсюда находим

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{c_v \rho V (t_{\text{кип}} - t_0)}{n\eta qm} = 57 \text{ с.}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильная идея решения – найти мощность тепловыделения, а потом использовать уравнение теплового баланса - 1 балл
2. Правильное соотношение для количества теплоты, необходимого для нагревания воды – 1 балл
3. Правильно найдена мощность тепловыделения – 1 балл
4. Правильный ответ для времени нагрева воды (формула) – 1 балл
5. Правильный ответ для времени нагрева воды (число) – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

3. Пусть масса воды в стакане m , исходное процентное содержание соли - C . Из стакана взяли $m/3$ раствора и увеличили концентрацию соли в нем вдвое. А поскольку выпаривалась только вода, для удвоения концентрации этой порции раствора нужно сделать ее общую массу вдвое меньшей. Поэтому новая общая масса раствора после выпаривания стала равна

$$m = \frac{1}{3}m + \frac{2}{3}m \quad \rightarrow \quad m_1 = \frac{1}{3}m \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3}m = \frac{5}{6}m$$

При этом масса соли в растворе не изменилась. Как она была до выпаривания равна Cm , так и осталась после. Поэтому новая концентрация соли в стакане равна

$$C + 0,1 = \frac{Cm}{(5m/6)} = \frac{6C}{5}$$

Решая это уравнение, найдем

$$C = 0,5$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Использование правильного определения концентрации раствора - 1 балл
2. Правильное нахождение массы воды в выпаренном растворе – 1 балл
3. Правильный вывод, что масса соли в растворе не изменилась – 1 балл
3. Правильное уравнение для новой концентрации раствора – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

4. Пусть объём воды при температуре 10°C равен V . Тогда объём V_1 воды при температуре 20°C равен

$$V_1 = V(1 + \beta_1 \Delta T_1) \quad (*)$$

где β_1 - коэффициент объёмного теплового расширения воды в интервале температур $10 - 20^\circ\text{C}$, $\Delta T_1 = 10^\circ\text{C}$. Аналогично найдём объём этой воды при температурах 40°C , 60°C и 100°C :

$$V_2 = V_1(1 + \beta_2 \Delta T_2), V_3 = V_2(1 + \beta_3 \Delta T_3), V_4 = V_3(1 + \beta_4 \Delta T_4)$$

где V_2 , V_3 и V_4 - объёмы этой воды при температурах 40°C , 60°C и 100°C соответственно, β_2 , β_3 и β_4 - коэффициенты объёмного теплового расширения воды в интервалах температур $20 - 40^\circ\text{C}$, $40 - 60^\circ\text{C}$ и $60 - 100^\circ\text{C}$ соответственно, $\Delta T_2 = 40 - 20 = 20^\circ\text{C}$, $\Delta T_3 = 60 - 40 = 20^\circ\text{C}$ и $\Delta T_4 = 100 - 60 = 40^\circ\text{C}$ - соответствующие интервалы температур. Подставляя эти формулы последовательно в формулу (*), получим

$$V_4 = V(1 + \beta_1 \Delta T_1)(1 + \beta_2 \Delta T_2)(1 + \beta_3 \Delta T_3)(1 + \beta_4 \Delta T_4) \quad (**)$$

Раскрывая скобки и учитывая, что все слагаемые $\beta \Delta T$ малы по сравнению с единицей и потому их произведения – очень малы и приближённо могут быть отброшены, получим

$$V_4 = V(1 + \beta_1 \Delta T_1 + \beta_2 \Delta T_2 + \beta_3 \Delta T_3 + \beta_4 \Delta T_4).$$

Отсюда, пользуясь данными таблицы в условии задачи, находим, во сколько раз вырос объём воды при её нагревании от 10°C до 100°C :

$$\frac{V_4}{V} = 1 + \beta_1 \Delta T_1 + \beta_2 \Delta T_2 + \beta_3 \Delta T_3 + \beta_4 \Delta T_4 = 1,0405$$

Если приближение не делать, а использовать формулу (**), получится 1,0409.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильная идея решения – понимание, что вода расширяется при нагревании – 1 балл
2. Правильное использование формулы для увеличения объема воды при нагревании - 1 балл
3. Правильный вывод, что конечный объем для одного интервала температур является начальным для следующего интервала – 1 балл
4. Правильная формула для конечного объема (через произведение или (приблизенно) через сумму – 1 балл
5. Правильный численный ответ – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

5. Пусть температура за бортом равна t_0 , все источники тепла, работающие в камбузе до включения дополнительной плиты, выделяют в единицу времени количество теплоты Q . Тогда количество теплоты, которое уходит в единицу времени из камбуза в окружающее пространство при установившейся температуре, равно Q . Используя закон Ньютона-Рихмана (см. указание к условию), получим

$$Q = k(t - t_0) \quad (*)$$

где k - коэффициент пропорциональности, который связан с геометрией стен и их теплопроводящими свойствами (но не зависящий от разности температур воздуха в камбузе и воздуха за бортом). Когда на камбузе включили дополнительную плиту, мощность которой составляет одну четверть мощности всех источников тепла, работавших до этого, потери тепла должны составить $(5/4)Q$. Поэтому уравнение теплового баланса дает

$$\frac{5}{4}Q = k(t_1 - t_0) \quad (**)$$

где k - тот же самый коэффициент, что и в формуле (*). Деля (*) на (**), получим

$$\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{4}{5}$$

Решая это уравнение, найдем

$$t_0 = 5t - 4t_1 = 4^\circ \text{C}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильный и обоснованный вывод, что теплоотдача с камбуза равна выделяющемуся теплу - 1 балл
 2. Правильная формула для теплоотдачи в первом случае – 1 балл
 3. Правильная формула для теплоотдачи во втором случае – 1 балл
 4. Правильное уравнение для температуры за бортом (исключение неизвестного коэффициента пропорциональности в законе Ньютона-Рихмана) – 1 балл
 5. Правильный ответ (и формула, и число) – 1 балл
- Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

6. В системе отсчета, которая движется направо (см. рисунок в условии) со скоростью $0,5v$, скорости ползунов одинаковы по величине и равны $1,5v$, причем векторы направлены противоположно (см.

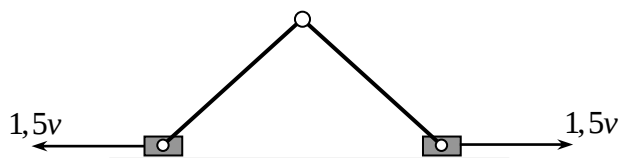


рисунок). Поэтому в этой системе отсчета центральный шарнир может двигаться только вертикально вниз. Его скорость в этой системе отсчета найдем из условия нерастяжимости стержней. Это условие выражается в том, что проекции скоростей концов нерастяжимого стержня на сам стержень являются одинаковыми. А поскольку в тот момент, когда мы ищем скорость центрального шарнира, стержни направлены под углом 45° к горизонту, то углы между скоростями концов стержней и самим стержнем одинаковы и равны 45° . Поэтому скорость центрального шарнира в

этой системе отсчета направлена вертикально вниз и равна $1,5v = 3v/2$. Скорость этого шарнира в системе отсчета, связанной с землей, найдем по закону сложения скоростей

$$\vec{v}_{ш.о.з} = \vec{v}_{ш.о.с.} + \vec{v}_{с.о.з}. \quad (*)$$

где $\vec{v}_{ш.о.з}$ - искомая скорость центрального шарнира относительно земли, $\vec{v}_{ш.о.с.}$ - скорость шарнира в системе отсчета, движущейся вправо со скоростью $v/2$ вправо, $\vec{v}_{с.о.з.}$ - скорость этой системы отсчета относительно земли.

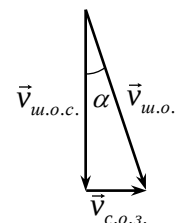
Треугольник сложения скоростей (*) показан на рисунке. Причем $v_{ш.о.с.} = 3v/2$, $v_{с.о.з.} = v/2$. Поэтому скорость центрального шарнира относительно земли равна

$$v_{ш.о.з} = \sqrt{\left(\frac{3v}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}v$$

и направлена вправо-вниз под углом

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{3}\right)$$

к вертикали (см. рисунок).



Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Переход в систему отсчета, в которой движение системы стержней и ползунов является симметричным - 1 балл
 2. Правильное нахождение скорости центрального шарнира (направление и величина) – 1 балл
 3. Правильное использование закона сложения скоростей – 1 балл
 4. Правильный ответ для величины скорости центрального шарнира относительно земли – 1 балл
 5. Правильное направление вектора скорости центрального шарнира – 1 балл
- Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 30 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 30.