

**Решения и критерии оценки работ очного отборочного тура
Инженерной олимпиады школьников**

11 класс, 2025-2026 учебный год

Решения и критерии оценивания

1. Пусть корабль движется со скоростью 1 узел – 1 морская миля в час. Тогда за час размоталась бы веревка длиной 1852 метра. А за 1 минуту – время измерения скорости корабля – в 60 раз меньше. Значит, за 1 минуту размотается веревка длиной

$$l = \frac{1852}{60} = 30,87 \text{ м}$$

Найдем скорость 12 узлов в километрах в час. Имеем

$$v = 12 \text{ (узлов)} = 12 \cdot 1,852 \text{ (км/ч)} = 22,2 \text{ (км/ч)}$$

Обратный пересчет

$$v = 40 \text{ (км/ч)} = \frac{40}{1,852} \cdot 1,852 \text{ (км/ч)} = 21,6 \text{ (уз)}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

- 1. Правильно понята основная идея измерения скорости с помощью дощечки и лаглиня - 1 балл**
 - 2. Правильное расстояние между узлами на лаглине – 1 балл**
 - 3. Правильный способ пересчета скоростей – 1 балл**
 - 4. Правильно пересчитаны узлы в километры в час – 1 балл**
 - 5. Правильно пересчитаны километры в час в узлы – 1 балл**
- Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.**

2. Так как ЭДС источника больше напряжения открытия светодиода, ток в цепи пойдет. Значит, напряжение на светодиоде будет равно напряжению открытия независимо от тока в цепи. Поскольку сумма падений напряжения в цепи равна ЭДС, то для напряжения U на резисторе имеем

$$U = \varepsilon - U_0$$

Так через резистор (и остальные элементы цепи) находим по закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{\varepsilon - U_0}{R}$$

Такой же ток будет течь и через светодиод, и мощность энерговыделения на светодиоде будет равна работе электрического поля в единицу времени при переносе заряда через светодиод

$$P = U_0 I = \frac{U_0 (\varepsilon - U_0)}{R}$$

Чтобы светодиод не перегорел, эта мощность должна быть меньше предельной мощности светодиода P_m . Или

$$\frac{U_0 (\varepsilon - U_0)}{R} \leq P_m$$

Отсюда находим минимальное значение сопротивления токоограничивающего резистора, при котором светодиод не перегорает

$$R = \frac{U_0 (\varepsilon - U_0)}{P_m} = 90 \text{ Ом.}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

- 1. Правильная использование вольтамперной характеристики - 1 балл**
 - 2. Правильное (и обоснованное) утверждение об открытии светодиода – 1 балл**
 - 3. Правильно найдено напряжение на резисторе – 1 балл**
 - 4. Правильно найдена мощность энерговыделения на светодиоде – 1 балл**
 - 5. Правильный ответ (формула и число) – 1 балл**
- Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.**

3. Проще всего решить эту задачу, рассматривая сразу конечное состояние калориметров. С точки зрения содержимого они вернулись к первоначальному состоянию, но температура во втором калориметре уменьшилась от t_2 до t_x . Поэтому второй калориметр потерял следующую энергию $Q = C(t_2 - t_x)$ (где C - теплоёмкость калориметра вместе с водой, но без тела). Поскольку по условию потерями тепла можно пренебречь, то всю эту энергию получил первый калориметр. Поэтому уравнение теплового баланса для двух перекалываний тела (во второй калориметр, а потом назад) даёт

$$C(t_2 - t_x) = (C + C_0)(t_y - t_1)$$

где C_0 - теплоёмкость тела, t_y - искомая температура первого калориметра после возвращения в него тела. Отсюда

$$t_y = t_1 + \frac{(t_2 - t_x)}{1 + \frac{C_0}{C}} \quad (*)$$

А отношение теплоёмкостей можно найти, рассматривая первый процесс установления равновесия. Для перекалывания тела из первого калориметра во второй получаем из уравнения теплового баланса

$$C(t_2 - t_x) = C_0(t_x - t_1) \quad \Rightarrow \quad \frac{C_0}{C} = \frac{t_2 - t_x}{t_x - t_1}$$

Подставляя эту формулу в уравнение (*), найдём конечную температуру первого калориметра.

$$t_y = t_1 + \frac{(t_2 - t_x)(t_x - t_1)}{t_2 - t_1} = 39,9^\circ \text{C}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильная идея решения – применение условия теплового баланса сразу к конечному состоянию – 1 балл
2. Правильная энергия потерянная вторым калориметром - 1 балл
3. Правильное уравнение теплового баланса – 1 балл
4. Правильный ответ (буквенная формула) – 1 балл
5. Правильный ответ (число) – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

4. Найдем освещенность площадки как функцию угла α и исследуем эту функцию на максимум. Сначала источник с интенсивностью I . Так как энергия, излученная источником, нигде не накапливается, энергия, проходящая через сферу любого радиуса в единицу времени, равна I . Поэтому через единицу площади сферы радиуса a пройдет в единицу времени энергия

$$w = \frac{I}{4\pi a^2}$$

а, значит, освещенность площадки, связанная с источником интенсивности I , равна

$$E_1 = w \cos \alpha = \frac{I}{4\pi a^2} \cos \alpha$$

где α - угол между площадкой и перпендикуляром к направлению падения света. Аналогично для освещенности, связанной со вторым источником, получим

$$E_2 = \frac{2I}{4\pi a^2} \sin \alpha$$

Из этих формул находим, что освещенность площадки равна

$$E = E_1 + E_2 = \frac{I}{4\pi a^2} (\cos \alpha + 2 \sin \alpha)$$

Находя производную этой функции по α и приравнявая производную к нулю, получим уравнение для угла α_m , которому отвечает максимум освещенности

$$\operatorname{tg} \alpha_m = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_m = \operatorname{arctg} 2$$

Чтобы найти освещенность для этого угла, выразим синус и косинус угла α_m через его тангенс. Имеем

$$\sin \alpha_m = \frac{\operatorname{tg} \alpha_m}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_m}} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha_m = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_m}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Отсюда находим максимальную освещенность площадки

$$E_m = \frac{I}{4\pi a^2} (\cos \alpha_m + 2 \sin \alpha_m) = \frac{\sqrt{5}I}{4\pi a^2}$$

То, что это максимальная (а не минимальная) интенсивность можно видеть, например, из того факта, что при расположении площадки перпендикулярно световому потоку или одного, или второго источника ее освещенность будет меньше этой величины. Например, при расположении площадки перпендикулярно световому потоку более интенсивного источника, ее освещенность будет равна

$$E = \frac{2I}{4\pi a^2}$$

что меньше найденной величины.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильно найдена плотность потока световой энергии от источников в области площадки – 1 балл
2. Правильно найдена освещенность площадки для произвольного угла наклона площадки к световым потокам – 1 балл
3. Правильно найден угол, отвечающий экстремуму этой функции – 1 балл
4. Правильно найдена освещенность, отвечающая экстремальному углу – 1 балл
5. Доказано, что экстремум – максимум – 1 балл

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

5. Здесь возможны разные случаи.

(1) Если коэффициент трения между большим телом и телом массой $2m$ является настолько большим, что тело массы $2m$ покоится, то независимо от коэффициента трения между большим телом и горизонтальной поверхностью большое тело будет покоиться. Верхнее тело будет покоиться, если

$$mg \leq \mu_1 2mg.$$

Или

$$\mu_1 \geq \frac{1}{2}$$

При выполнении этого неравенства большое тело будет покоиться независимо от коэффициента трения μ_2 .

Пусть теперь

$$\mu_1 \leq \frac{1}{2}.$$

В этом случае верхние грузы будут двигаться. А будет ли двигаться большое тело? На него в горизонтальном направлении действует сила натяжения нити T (через блок, направлена влево) и сила трения со стороны верхнего груза, равная $\mu_1 2mg$, направленная вправо

$$T - 2\mu_1 mg$$

А не давать двигаться ему будет сила трения, действующая между большим телом и горизонтальной поверхностью

$$\mu_2 N = \mu_2 (5mg + T)$$

(здесь T - сила натяжения нити, действующая на блок вертикально вниз и прижимающая большое тело к поверхности). Т.е. условием покоя большого тела при движущихся телах прикрепленных к нити будет условие

$$\mu_2 (5mg + T) \geq T - 2\mu_1 mg. \quad (*)$$

Найдем все эти силы. Силу T найдем, рассматривая движение верхних тел

$$5ma = mg - \mu_1 2mg$$

где a - ускорение двух тел, прикрепленных к нити. Отсюда

$$a = \frac{1}{3} g (1 - 2\mu_1)$$

А сила T сообщает такое ускорение верхнему телу

$$2ma = T - 2\mu_1 mg$$

Подставляя в эту формулу ускорение тел, получим

$$T = \frac{2}{3} mg (1 + \mu_1).$$

Подставляя силу T в условие покоя большого тела, получим

$$\mu_2 \geq \frac{2 - 4\mu_1}{17 + 2\mu_1}$$

Таким образом, большое тело будет покоиться при выполнении одного либо одного из двух условий, либо обоих

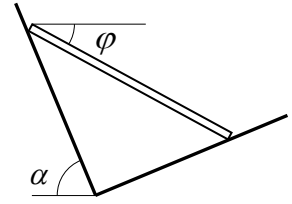
$$\left[\begin{array}{l} \mu_1 \geq \frac{1}{2} \\ \mu_2 \geq \frac{2 - 4\mu_1}{17 + 2\mu_1} \end{array} \right.$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

- 1. Правильный первый случай, если верхние тела покоятся, то большое тело тоже. Правильное ограничение на μ_1 в этом случае - 1 балл**
- 2. Правильное идея – сдвигает разность силы натяжения и силы трения, действующей на верхнюю грань большого тела – 1 балл**
- 3. Не пускает максимальная сила трения между большим телом и поверхностью – 1 балл**
- 4. Правильно найдена сила натяжения нити и сила реакции между большим телом и горизонтальной поверхностью – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл**

Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

6. Условием равновесия стержня является условие максимальной или минимальной высоты расположения над землей его центра тяжести. Найдем положение центра тяжести стержня как функцию угла φ , а затем найдем экстремум этой функции.



Верхняя точка стержня поднята на высоту

$$l \cos(\alpha - \varphi) \sin \alpha$$

над уровнем нижнего ребра двухгранного угла (l - длина стержня). А центр тяжести стержня опущен на высоту

$$\frac{l}{2} \sin \varphi$$

по отношению к верхней точке. Поэтому центр тяжести стержня будет на высоте

$$h(\varphi) = l \cos(\alpha - \varphi) \sin \alpha - \frac{l}{2} \sin \varphi$$

по отношению к нижнему ребру двухгранного угла. Если считать угол φ положительным, когда верхний конец стержня опирается на левую грань двухгранного угла (наклоненную под углом $\alpha > 45^\circ$ к горизонту) и отрицательным, когда верхний конец стержня опирается на правую грань, то эта формула работает для

$$\alpha - 90^\circ \leq \varphi \leq \alpha$$

($\varphi = \alpha$ отвечает положению стержня, прижатому к левой грани, $\varphi = \alpha - 90$ отвечает положению стержня, прижатому к правой грани).

Экстремум функции $h(\varphi)$ можно найти, дифференцируя эту функцию по φ и приравнявая производную к нулю. А можно воспользоваться соответствующей тригонометрической формулой. Имеем

$$h(\varphi) = \frac{l}{2} [\sin \varphi + \sin(2\alpha - \varphi)] - \frac{l}{2} \sin \varphi = \frac{l}{2} \sin(2\alpha - \varphi)$$

Из этой формулы видим, что в тех пределах, в которых меняется угол φ , аргумент последнего синуса меняется от α до $\alpha + 90^\circ$ и достигает минимумов на краях этого интервала, а максимума при

$$2\alpha - \varphi = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \varphi = 2\alpha - 90^\circ$$

Это и есть положения равновесия стержня:

на краях интервала, т.е. когда стержень касается граней двухгранного угла, это положения устойчивого равновесия,

при $\varphi = 2\alpha - 90^\circ$ - положение неустойчивого равновесия.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 5 баллов):

1. Правильно найдена высота расположения центра тяжести - 1 балл

2. Правильно определены пределы изменения угла φ – 1 балл
 3. Правильно найден экстремум высоты – 1 балл
 4. Правильно доказано, что минимумы высоты расположения центра тяжести достигаются в положениях стержня около граней двухгранного угла – 1 балл
 5. Правильно доказано, что угол $\varphi = 2\alpha - 90^\circ$ отвечает неустойчивому равновесию – 1 балл
- Оценка за задачу находится как сумма оценок по перечисленным критериям.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 30 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 30.