

Первый день.

1. У реки живет племя Мумбо-Юмбо. Однажды со срочным известием в соседнее племя одновременно отправились молодой воин Мумбо и мудрый шаман Юмбо. Мумбо побежал со скоростью 11 км/ч к ближайшему хранилищу плотов, и затем поплыл на плоту в соседнее племя. А Юмбо, не торопясь, со скоростью 6 км/ч, пошел к другому хранилищу плотов и поплыл в соседнее племя оттуда. В итоге Юмбо приплыл раньше, чем Мумбо.

Река прямолинейна, плоты плывут со скоростью течения. Эта скорость всюду одинакова и выражается целым числом км/ч, не меньшим 6. Каково наибольшее возможное её значение?

2. При всяком ли натуральном n , большем 2009, из дробей $\frac{1}{n}, \frac{2}{n-1}, \frac{3}{n-2}, \dots, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{1}$ можно выбрать две пары дробей с одинаковыми суммами?

3. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. Точка D внутри треугольника такова, что угол ADC вдвое больше угла ABC . Докажите, что удвоенное расстояние от точки B до прямой, делящей пополам углы, смежные с углом ADC , равно $AD+DC$.

4. В стране Леонардии все дороги — с односторонним движением. Каждая дорога соединяет два города и не проходит через другие города. Департамент статистики вычислил для каждого города суммарное число жителей в городах, откуда в него ведут дороги, и суммарное число жителей в городах, куда ведут дороги из него. Докажите, что хотя бы для одного города первое число оказалось не меньше второго.