

**Первый тур дистанционного этапа
олимпиады имени Леонарда Эйлера**

1. В озере водятся караси, окуни и щуки. Два рыбака поймали вместе 70 рыб, причём $\frac{5}{9}$ улова первого рыбака составляли караси, а $\frac{7}{17}$ улова второго — окуни. При этом первый поймал столько же карасей, сколько второй, и столько же окуней, сколько второй. Сколько щук поймал первый рыбак и сколько — второй.

2. По кругу стоят 22 человека, Каждый из них — рыцарь (который всегда говорит только правду) или лжец (который всегда лжет). Каждый из них произнес фразу: «Следующие 10 человек по часовой стрелке после меня — лжецы». Сколько среди этих 22 людей лжецов?

3. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AC = BC$). На сторонах BC , AC , AB отмечены точки A_1 , B_1 и C_1 соответственно. Оказалось, что C_1B_1 перпендикулярно AC , B_1A_1 перпендикулярно BC и $B_1A_1 = B_1C_1$. Докажите, что A_1C_1 перпендикулярно AB .

4. В выражении $\frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \dots * \frac{99}{100}$ замените все 98 звёздочек знаками арифметических действий ($-$, $+$, \times , $:$) таким образом, чтобы значение полученного арифметического выражения равнялось нулю.

5. Можно ли разбить числа от 1 до 100 на три группы таким образом, чтобы в первой группе сумма чисел делилась на 102, во второй группе — на 203, а в третьей группе — на 304?