

Первый день.

1. Занумеруем все простые числа в порядке возрастания: $p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$

Может ли среднее арифметическое $\frac{p_1 + \dots + p_n}{n}$ при каком-нибудь $n \geq 2$

быть простым числом?

2. В Швамбрании некоторые города связаны двусторонними беспосадочными авиарейсами. Рейсы разделены между тремя авиакомпаниями, причём если какая-то авиакомпания обслуживает линию между городами А и Б, то самолёты других компаний между этими городами не летают. Известно, что из каждого города летают самолёты всех трёх компаний. Докажите, что можно, вылетев из некоторого города, вернуться в него, воспользовавшись по пути рейсами всех трёх компаний и не побывав ни в одном из промежуточных городов дважды.

3. В четырехугольнике $ABCD$ сторона AB равна диагонали AC и перпендикулярна стороне AD , а диагональ AC перпендикулярна стороне CD . На стороне AD взята точка K такая, что $AC = AK$. Биссектриса угла ADC пересекает BK в точке M . Найдите угол ACM .

4. В вершинах куба расставили числа $1^2, 2^2, \dots, 8^2$ (в каждую из вершин — по одному числу). Для каждого ребра посчитали произведение чисел в его концах. Найдите наибольшую возможную сумму всех этих произведений.