

Первый день.

1. Докажите, что для любого натурального числа $n > 1$ найдутся такие натуральные числа a, b, c, d , что $a+b = c+d = ab-cd = 4n$.
2. За круглым столом сидят 40 человек. Может ли случиться, что у любых двух из них, между которыми сидит четное число человек, есть за столом общий знакомый, а у любых двух, между которыми сидит нечетное число человек, общего знакомого нет?
3. Имеются три литровых банки и мерка объемом 100 мл. Первая банка пуста, во второй — 700 мл сладкого чая, в третьей — 800 мл сладкого чая. При этом во второй банке растворено 50 г сахара, а в третьей — 60 г сахара. Разрешается набрать из любой банки полную мерку чая и перелить весь этот чай в любую другую банку. Можно ли несколькими такими переливаниями добиться, чтобы первая банка была пуста, а количество сахара во второй банке равнялось количеству сахара в третьей банке?
4. Внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = CD$, выбрана точка P таким образом, что сумма углов PBA и PCD равна 180 градусам. Докажите, что $PB+PC < AD$.