III МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
3 (заключительный) этап, 28-31 марта 2011 г.

Второй день.

5. 100 идущих подряд натуральных чисел отсортировали по возрастанию суммы цифр, а числа с одинаковой суммой цифр — просто по возрастанию. Могли ли числа 2010 и 2011 оказаться рядом?

6. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $AC \parallel DE$, $CE \perp BC$. Докажите, что EC — биссектриса угла BED.

7. По окружности записали красным пять несократимых дробей с нечетными знаменателями, большими 10^{10}. Между каждыми двумя соседними красными дробями вписали синим несократимую запись их суммы. Могло ли случиться, что у синих дробей все знаменатели меньше 100?

8. Какое наибольшее количество белых и чёрных пешек можно расставить на клетчатой доске 9x9 (пешку, независимо от её цвета, можно ставить на любую клетку доски) так, чтобы никакая не била никакую (в том числе и своего цвета)? Белая пешка бьет две соседние по диагонали клетки на соседней горизонтали с бо́льшим номером, а чёрная — две соседние по диагонали клетки на соседней горизонтали с меньшим номером (см. рисунок).