

Второй тур дистанционного этапа III олимпиады имени Леонарда Эйлера

1. Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на прием к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и побежал за ними домой со скоростью в два раза большей, чем он шел вместе с Алисой. Схватив перчатки и веер, он побежал к Герцогине (с той же скоростью, что бежал домой). В результате Алиса (которая всё время шла с одной и той же скоростью) пришла к Герцогине вовремя, а Кролик опоздал на 10 минут. На какое время был назначен прием у Герцогини?

2. Внутри угла AOB , равного 120° , проведены лучи OC и OD так, что каждый из них является биссектрисой какого-то из углов, получившихся на чертеже. Найдите величину угла AOC . Укажите все возможные варианты.

3. Найдите все натуральные числа, десятичная запись которых оканчивается на два нуля, имеющие ровно 12 натуральных делителей.

4. В треугольнике ABC отметили произвольную точку D на медиане BM . Затем через D провели прямую, параллельную AB , а через C — прямую, параллельную BM . Эти прямые пересеклись в точке E . Докажите, что $BE = AD$.

5. На бесконечной шашечной доске на двух соседних по диагонали клетках стоят две черные шашки. Можно ли добавить на доску несколько черных шашек и одну белую шашку так, чтобы белая шашка могла одним ходом съесть все черные шашки (включая и две стоявшие изначально)?

Напомним, что шашка ест соседнюю по диагонали шашку, перепрыгивая через неё на следующее за ней по диагонали поле (которое должно быть свободно); одним ходом шашка может съесть несколько шашек подряд, причём съеденные шашки не снимаются с доски, пока ход не завершён.