Четвёртый тур дистанционного этапа III олимпиады имени Леонарда Эйлера

1. *У гражданина Сидорова есть ровно столько денег, сколько нужно на покупку тонны кругликов и тонны шмугликов. Если он купит на 20% кругликов больше, то ему сделают 40-процентную скидку на шмуглики, и оставшихся денег на покупку тонны шмугликов ему хватит. А, если он купит на 40% шмугликов больше, то ему сделают 20-процентную скидку на круглики, и оставшихся денег на покупку тонны кругликов ему тоже хватит. Что дороже и во сколько раз: тонна кругликов или тонна шмугликов? (И в том, и другом случае не обязательно будут израсходованы все деньги)*

2. *Разделите прямоугольный треугольник с углом $30°$ на два меньших треугольника так, чтобы какая-то медиана одного из этих треугольников была параллельна одной из биссектрис второго треугольника.*

3. *Три натуральных числа a, b, c подобраны так, что НОД(ab, c) = НОД(a, bc). Докажите, что после сокращения дроби a/c получится несократимая дробь, числитель и знаменатель которой взаимно просты с b.*

4. *В пятиугольнике $ABCDE$ $AB = BC = CD = DE$, $\angle B = 96°$ и $\angle C = \angle D = 108°$. Найдите угол E.*

5. *Петя раскладывает карточки с числами 1,2,…,9 в клетки таблицы 3×3. Затем он отворачивается, а Витя меняет местами какие-то две карточки из клеток с общей стороной, и переворачивает все карточки лицом вниз. После этого Петя один раз показывает на одну или несколько карточек, а Витя сообщает сумму чисел на них. Сможет ли Петя действовать так, чтобы в результате гарантированно узнать, где какая карточка?*