

**Первый тур дистанционного этапа
V олимпиады имени Леонарда Эйлера**

Задачи 1–3 и 5 этого тура предлагались на олимпиаде ЮМШ г. Санкт-Петербурга 2012 года. В нём не могут участвовать участники этой олимпиады.

- 1.** На день рождения родители дарят Дяде Фёдору сумму денег, равную произведению возраста папы на возраст мамы. Могло ли случиться, что в 2010 и 2011 годах полученные им суммы кончались на одну и ту же цифру, а сумма, полученная в 2012 году, делилась на 10?
- 2.** Маша упражняется в перекрашивании шахматной доски. За один раз она может изменить цвет каждой клетки в любом прямоугольнике, прилегающем к углу доски. Получится ли у неё с помощью таких операций перекрасить всю доску в один цвет?
- 3.** В треугольнике ABC $AB = BC$. На лучах CA , AB и BC отмечены соответственно точки D , E и F так, что $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$. Найдите сумму углов ADB , BEC и CFA .
- 4.** Положительные числа x и y таковы, что $x^2 > x+y$, а $x^4 > x^3+y$. Докажите, что $x^3 > x^2+y$.
- 5.** 40 детей стоят по кругу. Ребёнок называется *дылдой*, если он выше двух следующих за ним по часовой стрелке, и *мелким*, если он ниже обоих предшествующих ему по часовой стрелке. (Ребёнок может быть и мелким, и дылдой одновременно.) Известно, что дылд не меньше 30. Докажите, что мелких не меньше 20.

Перед отправкой работы перечитайте правила её оформления и пересылки и действуйте в строгом соответствии с ними! Работы, выполненные или высланные с нарушением правил, не принимаются.

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: работы, выполненные в текстовом редакторе Word for Windows, разрешается присылать только в формате Word for Windows 1997-2003 (расширение .doc)! **Файлы, сохраненные в форматах более поздних версий Word (с расширением .docx) запрещены!** В Word for Windows 2007 и Word for Windows 2010 есть возможность сохранять файлы в формате Word for Windows 1997-2003, что и следует делать.