

### *Первый день.*

1. В одной деревне живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путешественник каждому жителю деревни задал два вопроса: "Сколько в деревне рыцарей?" и "На сколько отличаются количества рыцарей и лжецов?" Путешественник знает, что в деревне есть хотя бы один рыцарь. Всегда ли по полученным ответам путешественник сможет узнать, кто из жителей деревни рыцарь, а кто — лжец?
2. В стране Эйлери 101 город. Каждые два города соединены двусторонним беспосадочным рейсом одной из 99 авиакомпаний. Известно, что из каждого города выходят рейсы всех 99 компаний. Назовём *треугольником* три города, попарно соединённых рейсами одной и той же компании. Докажите, что в Эйлери не больше одного треугольника.
3. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . Точка  $D$  выбрана на продолжении стороны  $AB$  за точку  $A$ , точка  $E$  — на продолжении  $BC$  за точку  $C$ , а точка  $F$  — на продолжении  $AC$  за точку  $C$  так, что  $CF = AD$  и  $AC + EF = DE$ . Найдите угол  $BDE$ .
4. Даны  $2n$ -значное натуральное число  $a$  и натуральное число  $k$ . Числа  $a$  и  $ka$  записали на ленте и каждую из двух записей разрезали, начиная с последних цифр, на двузначные числа (при этом числа  $00, 01, \dots, 09$  здесь тоже считаются двузначными; если в числе  $ka$  оказалось нечетное количество цифр, к нему спереди приписали  $0$ ). Оказалось, что у числа  $a$  полученные двузначные числа строго убывают справа налево (от младших разрядов числа  $a$  к старшим), а у числа  $ka$  — строго возрастают. Докажите, что  $k \geq n$ .