VIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
3 (заключительный) этап, 22-25 марта 2016 г.

Второй день.

5. Можно ли прямоугольник 1000×2016 разрезать на прямоугольники 1×2015 и трёхклеточные «уголки» так, чтобы присутствовали фигурки обоих видов?

6. В школе 30 кружков, в каждом занимаются 40 детей. Для каждого $i = 1, 2, ..., 30$ обозначим через n_i количество детей, занимающихся ровно в i кружках. Докажите, что в этой же школе можно организовать 40 кружков с 30 детьми в каждом так, чтобы числа n_i для этих новых кружков были бы теми же самыми.

7. Сумма неотрицательных чисел a, b, c и d равна 4. Докажите, что $(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc) \le 8$.

8. Дан параллелограмм $ABCD$. На сторонах AB и BC и продолжении стороны CD за точку D выбраны соответственно точки K, L и M так, что треугольники KLM и BCA равны (именно с таким соответствием вершин). Отрезок KM пересекает отрезок AD в точке N. Докажите, что $LN \parallel AB$.