

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2022-2023 гг

Отборочный этап

9 класс

*Время написания работы 4 астрономических часа
оценивается в 7 баллов*

Каждая задача

9.1. В течение 100 дней каждый из шести друзей посетил бассейн ровно 75 раз, не более одного раза в день. Обозначим за n количество дней, в которые бассейн посетили не менее пяти из них. Определить максимальное и минимальное возможные значения числа n .

9.2. Вася поменял местами цифры трехзначного числа A так, что ни одна цифра нового трехзначного числа B не совпала с цифрой числа A , стоящей в том же разряде. Оказалось, что разность $A-B$ - двузначное число, являющееся полным квадратом. Чему может быть равно число A ? Найдите все возможные варианты.

9.3. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC выбраны точки K и M соответственно. Докажите, что, если угол AMK больше угла BMK , то угол CKM меньше угла BKM .

9.4. У Викентия есть две банки, красная и синяя, а также кучка из 20 камешков. Изначально обе банки пусты. Ход в игре Викентия состоит в том, чтобы переложить камешек из кучки в одну из банок или вернуть камешек из одной из банок в кучку. Количество камешков в банках определяет позицию игры. После каждого хода число камешков в красной банке всегда не меньше числа камешков в синей банке; и в ходе игры ни одна позиция не может повториться. Какое максимальное количество ходов может сделать Викентий?

9.5. Может ли в некоторой компании у каждого быть ровно 5 друзей, а у каждого двух – ровно 2 общих друга?