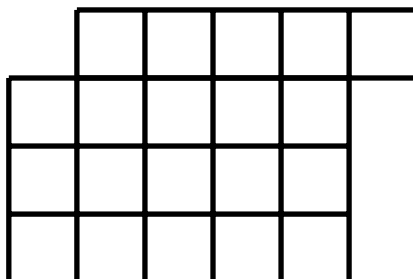


7.1. Вера разрезала изображённую ниже фигуру по линиям сетки на 5 частей равной площади. Оказалось, что среди этих частей нет одинаковых. Приведите пример, как такое могло быть. (Достаточно привести один пример. Напомним, что фигуры являются одинаковыми, если их можно совместить наложением.)



7.2. На заборе была написана обыкновенная дробь. Никита, шедший мимо, прибавил к знаменателю числитель и записал новую дробь вместо старой. Егор, шедший следом, добавил к числителю знаменатель и тоже записал новую дробь вместо старой. Наконец, Иннокентий вновь прибавил к знаменателю числитель и заменил на заборе дробь на новую. Что было написано на заборе изначально, если в конце получилась дробь $\frac{63}{106}$? (Найдите все возможные ответы и покажите, что других нет.)

7.3. На некотором острове живёт 75 рыцарей, которые всегда говорят правду, и 75 лжецов, которые всегда лгут. Однажды все 150 человек собрались побросать друг в друга снежки. Человек, в которого попадали, немедленно уходил и больше в игре участие не принимал. В конце игры осталось 50 человек, и каждый из них заявил: «Я выбил из игры ровно одного рыцаря». Какое наибольшее количество рыцарей могло остаться среди этих 50 человек? (Найдите ответ и докажите, что он максимален.)

7.4. В музее современного искусства висит картина, представляющая собой квадрат 4×4 , сшитый из 16 лоскутов 1×1 разного цвета. Каждый посетитель музея может переделать эту картину, поменяв местами либо две строки этого квадрата, либо два столбца. Сколько всего различных вариантов этой картины могут сообща сделать посетители музея? Картины, отличающиеся поворотом или переворотом, считаются различными. (Найдите ответ и обоснуйте, что он верен.)

7.5. На доске написана фраза из 2023 русских букв, причём каждая из 33 букв встречается хотя бы раз. Оказалось, что среди любых 99 подряд идущих букв есть хотя бы 32 различных. Докажите, что среди каких-то 100 подряд идущих букв встретятся все 33 буквы. (Подробно обоснуйте свои рассуждения.)