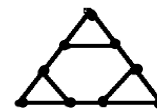


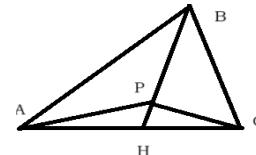
Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2023-24 г.г.
Заключительный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Пусть x_1, x_2 – корни квадратного многочлена $f(x)$ со старшим коэффициентом 1, а y_1, y_2 – корни квадратного многочлена $g(x)$ со старшим коэффициентом 1. Доказать, что $g(x_1)g(x_2) = f(y_1)f(y_2)$.

9.2. Девять точек соединены 12 отрезками, как показано на рисунке. Каждая точка окрашивается в один из двух цветов. Какое максимальное количество отрезков с концами разного цвета может получиться?



9.3. В остроугольном треугольнике ABC обозначим за P основание перпендикуляра, опущенного из вершины C на биссектрису ВН угла ABC. Доказать, что площадь треугольника ABP равна половине площади треугольника ABC.



9.4. Пусть $A = \underbrace{88\dots88}_{100}$ – натуральное число, записанное 100 восьмёрками, и $B = \underbrace{55\dots55}_{100}$ – натуральное число, записанное 100 пятёрками. Найти сумму цифр числа $N = 9 \cdot A \cdot B$.

9.5. Авиакомпания, в которой служат 13 пилотов, эксплуатирует 9 самолётов попарно различных типов. Каждый день в рейс выходит каждый самолёт, который пилотирует один из 9 назначенных в этот день пилотов. Чтобы пилотировать конкретный самолёт, пилот должен быть специально этому обучен, что стоит 1 миллион рублей. Какова минимальная суммарная стоимость обучения пилотов авиакомпании такого, что при любом выборе 9 пилотов из 13-ти их можно было распределить по всем 9 самолётам так, чтобы каждый мог пилотировать порученный ему самолёт? Пилот не может пилотировать более одного самолёта в день.

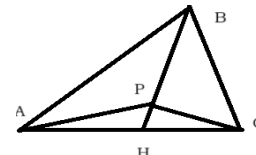
Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2023-24 г.г.
Заключительный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Пусть x_1, x_2 – корни квадратного многочлена $f(x)$ со старшим коэффициентом 1, а y_1, y_2 – корни квадратного многочлена $g(x)$ со старшим коэффициентом 1. Доказать, что $g(x_1)g(x_2) = f(y_1)f(y_2)$.

9.2. Девять точек соединены 12 отрезками, как показано на рисунке. Каждая точка окрашивается в один из двух цветов. Какое максимальное количество отрезков с концами разного цвета может получиться?



9.3. В остроугольном треугольнике ABC обозначим за P основание перпендикуляра, опущенного из вершины C на биссектрису ВН угла ABC. Доказать, что площадь треугольника ABP равна половине площади треугольника ABC.



9.4. Пусть $A = \underbrace{88\dots88}_{100}$ – натуральное число, записанное 100 восьмёрками, и $B = \underbrace{55\dots55}_{100}$ – натуральное число, записанное 100 пятёрками. Найти сумму цифр числа $N = 9 \cdot A \cdot B$.

9.5. Авиакомпания, в которой служат 13 пилотов, эксплуатирует 9 самолётов попарно различных типов. Каждый день в рейс выходит каждый самолёт, который пилотирует один из 9 назначенных в этот день пилотов. Чтобы пилотировать конкретный самолёт, пилот должен быть специально этому обучен, что стоит 1 миллион рублей. Какова минимальная суммарная стоимость обучения пилотов авиакомпании такого, что при любом выборе 9 пилотов из 13-ти их можно было распределить по всем 9 самолётам так, чтобы каждый мог пилотировать порученный ему самолёт? Пилот не может пилотировать более одного самолёта в день.