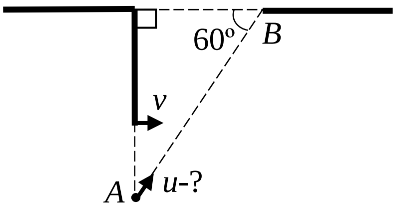
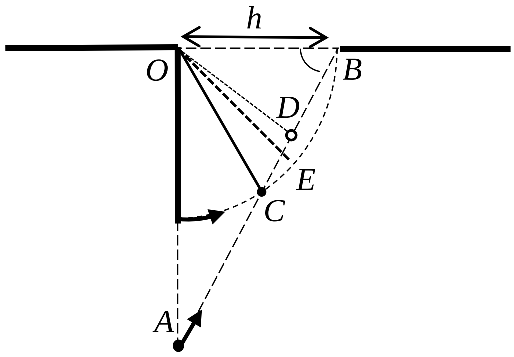
Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике 12 марта 2023 г.
10 класс. Решения и критерии оценки



1. Дверь открыта на угол 90º. На полу в точке A, расположенной на линии продолжения двери, лежит маленький шарик. Линия AB, от этой точки до края дверного проема, находится под углом 60º к направлению стены. Дверь начинают закрывать, двигая ее край с постоянной скоростью v. Одновременно с этим шарик запускают в направлении точки B, в результате чего он успевает проскочить в дверной проем, не задев двери. Определите предельный минимум скорости шарика, при которой описанный сценарий реализуется. Шарик движется с постоянной скоростью и имеет пренебрежимо малый размер. Дверь и дверной проем имеют одинаковую ширину.

Возможное решение



Шарик должен попасть в точку C раньше, чем ее достигнет край двери. Край двери движется к этой точке по дуге окружности радиуса, равного ширине двери h. На нее опирается угол $\angle AOC$. Треугольник OBC равносторонний, так что $\angle AOC = 90^\circ - \angle COB = 30^\circ$. Длина дуги $L = \frac{\pi h}{6}$.

Время движения края двери до точки C: $t = \frac{L}{v} = \frac{\pi h}{6v}$ <3 балла>. Путь шарика $AC = BC = h$. Время его движения до точки C: $t_1 = \frac{h}{u} < t$, где u – скорость шарика <3 балла>.

Из последнего неравенства получается условие $u > \frac{6v}{\pi}$. Убедимся, в том, что после точки C движение шарика будет беспрепятственным. Предположим, что D – это текущая позиция шарика за точкой C. Угол $\angle COD$ увеличивается с угловой скоростью $\omega = \frac{u \cdot \sin(\angle ODB)}{OD} > \frac{u \cdot \sin(\angle OCB)}{OC} > \frac{3\sqrt{3}v}{\pi h}$, что больше угловой скорости двери $\omega_д = \frac{v}{h}$. В момент, когда шарик будет в точке D, дверь повернется на угол $\angle COE < \angle COD$, займет положение OE позади шарика и не помешает его движению.<2 балла>.

Ответ: $u_{\min} = \frac{6v}{\pi}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение времени движения края двери до критической точки C	$t = \frac{L}{v} = \frac{\pi h}{6v}$	3
2	Определение времени движения шарика до точки Cи условия преодоления им этой точки	$t_1 = \frac{h}{u} < t$	3
3	Обоснованное утверждение о том, что за точкой C дверь будет отставать от шарика	$\omega_д < \omega$, $\angle COE < \angle COD$	2

4	Получение ответа	$u_{\min} = \frac{6\nu}{\pi}$	2

2. В заполненном водой сосуде глубино H температура возрастает линейно с глубиной от 0 ºС на поверхности до 4 ºС на дне. В воде на глубине, зависящей от атмосферного давления, плавает маленький тонкостенный заполненный воздухом шарик. При увеличении давления до $P_0 = 10^5$ Па шарик опустился ко дну. Насколько должно измениться атмосферное давление, чтобы шарик плавал на глубине $H/2$? Плотность водыρ, ее зависимостью от температуры пренебречь. Ускорение свободного падения g. Упругостью стенок шарика пренебречь. Ответ привести с точностью до двух значащих цифр.

Возможное решение

Объем шарика практически состоит из объема воздуха, зависящего от условий. Примем объем воздуха при давлении P_0 и температуре $T_0 \approx 273\,\text{K}$ равным V. При температуре T и давлении P объем воздуха находится из объединенного газового закона, так что полный объем шарика $V_ш = \frac{VP_0T}{PT_0}$. <2 балла>

Температура на глубине $h = H/2 : T \approx \frac{275}{273}T_0$

Гидравлическое давление меняется с глубиной погружения в воду $P = P_a + \rho gh$, где P_a - искомое атмосферное давление.<1 балл>

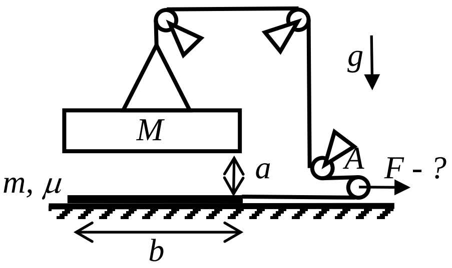
Из закона Архимеда $mg = \rho gV_ш$, где m – масса шарика, ρ – плотность воды.

Отсюда следует, что объем шарика при изменении условий должен оставаться неизменным <2 балла>,то есть: $V\frac{P_0}{P_0 + \rho gH} = V\frac{TP_0}{(T+2)(P_a + \rho gH/2)}$<3 балла> или $P_a \approx \frac{275}{277}P_0 + \rho gH\frac{136,5}{277}$. Вычтя из P_a P_0, получаем ответ:

Ответ: $\Delta P \approx 0,49\rho gH - 0,0072P_0$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка объединенного газового закона	$V_ш = \frac{VP_0T}{PT_0}$	2
2	Определение давления в зависимости от глубины погружения	$P = P_a + \rho gh$	1
3	Условие неизменности объема шарика		2
4	Количественное выражение этого условия	$V\frac{P_0}{P_0 + \rho gH} = V\frac{TP_0}{(T+2)(P_a + \rho gH/2)}$	3
5	Получение ответа	$\Delta P \approx 0,49\rho gH - 0,0072P_0$	2



3. На горизонтальной поверхности лежит лист массой m. Над ним навысоте aвисит плита массой M, удерживаемая канатом, переброшенным через систему блоков (см. рисунок). Свободный конец каната соединен с листом и направлен горизонтально. Длина плиты и листа b, лист лежит точно под плитой. Коэффициент трения между листом и поверхностью μ, трения в других частях системы нет, блоки и канат невесомые, канат нерастяжимый. В начальный момент систему удерживают в неподвижном состоянии, затем отпускают. Блок A тянут с постоянной силой, при которой лист выходит из-под плиты в последний момент ее падения. Найдите эту силу. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

Предположим, что сила натяжения троса T. Формулировка II закона Ньютона для плиты: $Ma_1 = Mg - T$ <1 балл>, а для листа: $ma_2 = T - \mu mg$. <1 балл>. Кинематические условия: $\frac{a_1 t^2}{2} = a; \frac{a_2 t^2}{2} = b$, где t – время движения.<3 балла>. Исключаем неизвестные величины и находим силу $T = \frac{Mmg(b + \mu a)}{(mb + Ma)}$. <3 балла>. Сила, действующая на блок, $F = 2T$. <1 балл>.

Ответ: $F = \frac{2Mmg(b + \mu a)}{(mb + Ma)}$ <1 балл>

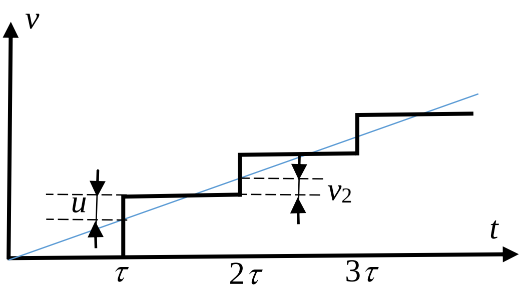
Разбалловка по этапам

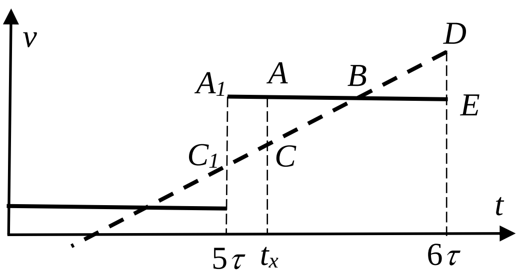
	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка II закона Ньютона для плиты	$Ma_1 = Mg - T$	1
2	Формулировка II закона Ньютона для листа	$ma_2 = T - \mu mg$	1
3	Формулировка кинематических условий	$\frac{a_1 t^2}{2} = a; \frac{a_2 t^2}{2} = b$	3
4	Определение силы натяжения каната	$T = \frac{Mmg(b + \mu a)}{(mb + Ma)}$	3
5	Определение связи искомой силы с силой натяжения каната	$F = 2T$	1
6	Получение ответа	$F = \frac{2Mmg(b + \mu a)}{(mb + Ma)}$	1

4. В момент времени, принятый за ноль, от космической станции с нулевой начальной скоростью и небольшим постоянным ускорением отправляется ракета. Через время τ вслед за ракетой отправляется космический дрон с грузом, забытым экипажем ракеты. Дронпериодически, с интервалом времени τ, измеряет относительную скорость ракеты и коротким (на время много меньше τ) включением двигателя сообщает себе прибавку скорости на u больше измеренной величины. Через какое время после старта ракеты дрон ее догонит, если второе сделанное им измерение показало значение $v_2 = \frac{2}{3}u$ (первое производилось при старте)?

Возможное решение

Предположим, что ускорение ракеты a. Через интервал времени τ после старта ракеты ее скорость будет $v_{p1} = a\tau$, а скорость стартовавшего дрона $v_{др1} = a\tau + u$. Через 2τ скорость ракеты будет $v_{p2} = 2a\tau$, измеренная ее скорость относительно дрона будет $v_2 = a\tau - u$. Из последнего соотношения находим ускорение $a = (u + v_2)/\tau$ <2 балла>. Во всех интервалах времени между включениями двигателя дрона скорость ракеты относительно него в начале интервала $v_н = -u$, а в конце $v_к = -u + a\tau = v_2$. <2 балла>. Относительное перемещение ракеты в этих интервалах одинаково: $S = -u\tau + \frac{a\tau^2}{2} = \frac{(v_2 - u)\tau}{2}$. <2 балла>. До отправления дрона ракета прошла $S_0 = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{(u + v_2)\tau}{2}$. Условие того, что дрон догонит ракету за время $N\tau$: $(u + v_2)\tau + (N - 1)(v_2 - u)\tau = 0$ <2 балла>, откуда $N = \frac{u + v_2}{u - v_2} + 1 = 6$. Но к этому моменту ракета будет иметь скорость, большую скорости дрона, и будет его догонять. Поскольку в начале пятого интервала дрон был позади ракеты, то их первая встреча произошла на этом промежутке. Относительное перемещение дрона и ракеты между искомым моментом их встречи (на приведенном графике скорости t_x) и моментом времени 6τ равно нулю. Значит, треугольники ABC и BDE на графике скорости имеют одинаковую площадь, и $AC = DE = \frac{2}{3}u$. Поскольку $A_1C_1 = u$, то $A_1B = \frac{3}{2}AB$, и $A_1A = \frac{1}{5}A_1E = \tau$, поэтому дрон догонит ракету за время $5{,}2\,\tau$.

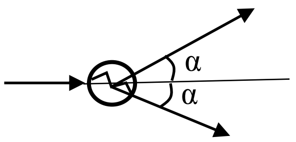




Ответ: $5{,}2\,\tau$. <2 балла>.

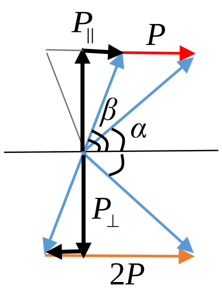
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорения ракеты	$a=(u+v_2)/\tau$	2
2	Определение начальной и конечной относительной скорости ракеты на этапе движения	$v_н=-u$, $v_к=-u+a\tau=v_2$	2
3	Определение относительного перемещения на этапе движения	$S=-u\tau+\dfrac{a\tau^2}{2}=\dfrac{(v_2-u)\tau}{2}=\dfrac{u\tau}{6}$	2
4	Формулировка условия достижения дроном ракеты за целое число интервалов	$(u+v_2)\tau+(N-1)(v_2-u)\tau=0$	2
5	Получение ответа	$5{,}2\tau$	2



5. Между двумя частями составного тела вставлена невесомая пружинка. Массы частей тела m и $2m$. Тело свободно летит с некоторой скоростью. В какой-то момент пружинка расталкивает части тела, и они обе разлетаются под углом α к первоначальному направлению движения тела. При этом в конечный момент расталкивания центры масс разлетающихся частей находятся на оси пружинки. Под каким углом к первоначальной скорости тела была расположена ось пружинки? Поля тяжести нет.

Возможное решение



Пружинка передает частям тела равный по модулю и противоположный по направлению импульс, параллельный направлению ее оси. <2 балла>

Предположим, что пружинка передает каждой из частей тела в направлении его первоначального движения импульс по модулю $P_{\parallel}$, а в направлении поперек движения $P_{\perp}$. До срабатывания пружинки и разделения частей тела его легкая часть имела импульс $P=mu$, тяжелая - $2P$, где u – первоначальная скорость тела. <1 балл>

После разделения импульс легкой части в направлении первоначального движения $P_1=P+P_{\parallel}$, тяжелой - $P_2=2P-P_{\parallel}$. <2 балла>

По условию задачи $\dfrac{P_1}{P_{\perp}}=\dfrac{P_2}{P_{\perp}}=ctg(\alpha)$, откуда $P_1=P_2$ и $P_{\perp}=3\cdot tg(\alpha)\cdot P_{\parallel}$. Этот вывод можно сделать также геометрически, зеркально отразив два отрезка (см. рисунок) относительно направления движения тела. <2 балла>

Искомый угол $\beta=arctg\left(\dfrac{P_{\perp}}{P_{\parallel}}\right)$.<1 балл>

Ответ: $\beta=arctg\left(3tg(\alpha)\right)$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Указано, что частям тела передаются противоположные импульсы, параллельные оси пружины		2
2	Определены начальные импульсы частей тела	$P_a = mu = P$, $P_b = 2P$	1
3	Определен конечный продольный импульс частей тела	$P_1 = P + P_{\parallel}$, $P_2 = 2P - P_{\parallel}$	2
4	Формулировка условий равенства конечных углов	$\frac{P_1}{P_{\perp}} = \frac{P_2}{P_{\perp}} = ctg(\alpha)$	2
5	Получено выражение для угла пружины	$\beta = arctg\left(\frac{P_{\perp}}{P_{\parallel}}\right)$	1
6	Получение ответа	$\beta = arctg\left(3tg(\alpha)\right)$	2