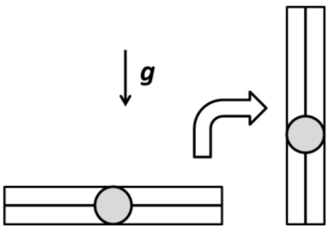
Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников
по физике
13 ноября 2022 г.
Решения и критерии оценки, 10 класс



1. Посередине горизонтально расположенного пенала покоится небольшой массивный шарик. Он прикреплён к стенкам пенала двумя невесомыми упругими резиновыми шнурами, каждый из которых растянут. Жёсткость первого шнура в два раза больше жёсткости второго. Сила, действующая на шарик со стороны одного шнура, равна F. Затем пенал поставили вертикально так, что шнур с большей жёсткостью стал располагаться над шариком, при этом нижний шнур оказался нерастянутым и одновременно неизогнутым. Найдите массу шарика. Шарик может двигаться только внутри пенала вдоль его длины. Трения между шариком и пеналом нет. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

Обозначим жёсткость одного шнура буквой k. Тогда жёсткость другого шнура будет $2k$. Шарик покоится, поэтому сила, действующая на шарик изначально со стороны каждого шнура, по величине одинакова и равна F. <2 балла> Тогда справедливы соотношения:

$$F = k\Delta x_1,\ F = 2k\Delta x_2\ .$$ <2 балла>

где Δx_1 и Δx_2 – величина растяжения первого и второго шнура, соответственно.

После того, как пенал поставили вертикально, нижний шнур оказался нерастянутым и одновременно неизогнутым. Длина пенала постоянна. Это означает, что верхний шнур растянулся дополнительно на длину, равную величине растяжения нижнего шнура, когда последний был горизонтален. <2 балла> При вертикальном положении пенала на шарик действует только сила упругости со стороны более жёсткого верхнего шнура и сила тяжести. Шарик покоится при вертикальном расположении пенала, поэтому второй закон Ньютона для шарика может быть записан в виде: <2 балла>

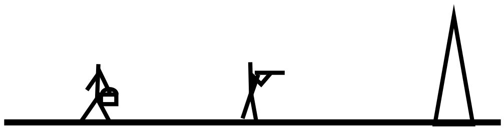
Выражая растяжения шнуров через силу F, получаем искомое значение массы шарика:

$$m = \frac{2k}{g}\left(\frac{F}{k} + \frac{F}{2k}\right) = \frac{3F}{g}$$

Ответ: $m = \frac{3F}{g}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Сделан вывод о том, что на шарик со стороны каждого шнура действует одинаковая по величине сила $\boldsymbol{F}$		2
2	Установлена связь силы $\boldsymbol{F}$ с жёсткостью шнуров и их растяжениями	$F = k\Delta x_1, F = 2k\Delta x_2$	2
3	Рассчитано удлинение верхнего шнура $(\Delta x_1 + \Delta x_2)$ при вертикальном расположении пенала		2
4	Записан второй закон Ньютона для шарика при вертикальном расположении пенала		2
5	Получение ответа	$m = \frac{3F}{g}$	2



2. На плоской открытой местности находится охотник, грибник и скала. Охотник из точки, расположенной между грибником и скалой, стреляет. Грибник через время t_1 после выстрела слышит его звук, а затем, через время t_2 после выстрела – эхо от звука, вызванное его отражением от скалы. Грибник остается на одном месте, а охотник подходит к нему и делает второй выстрел. Звук эха доносится через время t_3 после второго выстрела. Определите скорость ветра, дующего в направлении скалы, если скорость звука в неподвижном воздухе равна *u*.

Возможное решение

Если скорость ветра *v*, и он дует в сторону скалы, расстояние между грибником и охотником *x*, а между охотником и скалой *y*, время между первым выстрелом и моментом, когда грибник услышал его звук $t_1 = \dfrac{x}{u-v}$, <2 балла>

звук эха он услышал через $t_2 = \dfrac{y}{u+v} + \dfrac{y}{u-v} + \dfrac{x}{u-v}$. <3 балла>

Эхо от второго выстрела пришло через $t_3 = \dfrac{x+y}{u+v} + \dfrac{x+y}{u-v}$. <3 балла>

Вычитая из третьего равенства второе, исключаем y: $t_3 - t_2 = \dfrac{2xu}{u^2 - v^2} - \dfrac{x}{u-v}$. Исключив *x* при помощи первого равенства, получим $\dfrac{t_3 - t_2}{t_1} = \dfrac{2u}{u+v} - 1$.

Ответ $v = u\dfrac{t_1 + t_2 - t_3}{t_1 - t_2 + t_3}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение времени, когда грибник услышал звук выстрела	$t_1 = \dfrac{x}{u-v}$	2
2	Определение времени, когда грибник услышал эхо от звука выстрела	$t_2 = \dfrac{y}{u+v} + \dfrac{y}{u-v} + \dfrac{x}{u-v}$	3
3	Определение времени, когда грибник услышал эхо от звука второго выстрела	$t_3 = \dfrac{x+y}{u+v} + \dfrac{x+y}{u-v}$	3
4	Получение ответа	$v = u\dfrac{t_1 + t_2 - t_3}{t_1 - t_2 + t_3}$	2

3. Велосипедное колесо с радиусом R катится с постоянной скоростью v по горизонтальному участку земли в поле тяжести g без проскальзывания. С его верхней точки от покрышки отрывается кусочек глины. Какое расстояние S успеет проехать после этого колесо прежде, чем наедет на оторвавшийся кусочек, который упал на землю и сразу к ней прилип?

Возможное решение

Условие, что нет проскальзывания между колесом и кусочком глины: скорости кусочка глины $V_{гл}$ и точки колеса $V_{кол}$ в точке расположения кусочка глины равны $V_{гл} = V_{кол}$.

<1 балл>

Эти скорости в верхней точке колеса $V_{гл} = V_{кол} = 2v$, т.к. по условию задачи колесо движется без проскальзывания $\Rightarrow$ скорость верхней точки колеса есть сумма поступательной скорости колеса и линейной скорости вращения, которые в данном случае равны друг другу. <3 балла>

В результате оторвавшийся кусочек глины на высоте $2R$ в момент отрыва имел скорость равную $2v$, направленную горизонтально. Движение этого кусочка по вертикальной оси является равноускоренным с ускорением g, по горизонтали равномерным. Определим время падения:

$$2R = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$$. <3 балла>

$$S = 2vt = 4v\sqrt{\frac{R}{g}}.$$ <2 балла>

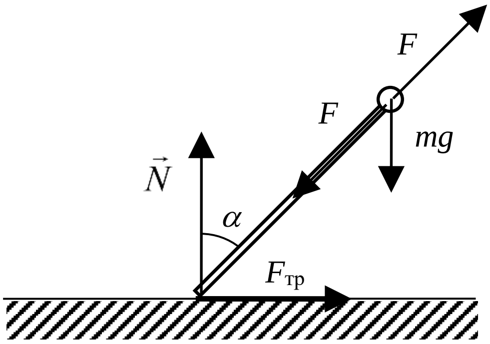
Ответ: $S = 4v\sqrt{\frac{R}{g}}$ <1 балл>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Сделан вывод, что скорости кусочка глины $V_{гл}$ и точки колеса $V_{кол}$ в точке расположения кусочка глины равны	$V_{гл} = V_{кол}$	1
2	Определена скорость в верхней точке колеса	$V_{гл} = V_{кол} = 2v$	3
3	Определен вид движения в вертикальном направлении и определено время полета кусочка глины	$2R = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$	3
4.	Определен вид движения в горизонтальном направлении и определено время полета кусочка глины, определено расстояние S	$S = 2vt$	2
5.	Получение ответа	$S = 4v\sqrt{\frac{R}{g}}$	1

4. Булавка представляет собой массивный маленький шарик на легком стержне. При каком минимальном коэффициенте трения между булавкой и столом отсутствует проскальзывание кончика булавки при падении ее из вертикального положения вплоть до отрыва от поверхности стола?

Возможное решение



Пусть стержень образует угол α с вертикалью, а длина стержня R. Шарик движется по окружности, пока кончик булавки не начнет скользить вдоль поверхности стола. Обозначим силу, действующую на шарик со стороны стержня, F.

Уравнение Ньютона при движении по окружности:

$\frac{mV^2}{R} = mg\cos\alpha - F \quad (1)$. <2 балла>

Закон сохранения энергии:

$mgR(1-\cos\alpha) = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow mV^2 = 2mgR(1-\cos\alpha) \quad (2)$ <2 балла>

Из (1) и (2) уравнений получаем: $F = mg(3\cos\alpha - 2) \quad (3)$ <1 балл>

Из условия, что стержень невесомый, следует, что сумма сил, действующих на него, равна нулю. $\Rightarrow N = F\cos\alpha$, $F\sin\alpha = F_{тр}$.

Скольжения нет, пока $F\sin\alpha = F_{тр} \le \mu N = \mu F\cos\alpha \Rightarrow \mu \ge tg\alpha$.

<2 балла>

Сила $F = mg(3\cos\alpha - 2)$ уменьшается с увеличением угла α и становится равной нулю при $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. Вслед за этим моментом происходит отрыв конца стержня от поверхности стола.

<2 балла>

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow tg\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} = \mu$ <1 балл>

Ответ: $\mu = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

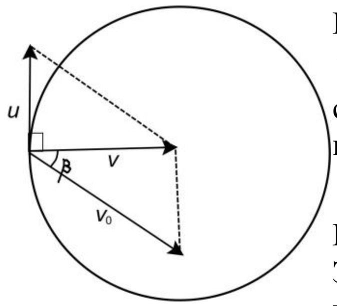
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Уравнение Ньютона при движении по окружности.	$\frac{mV^2}{R} = mg\cos\alpha - F \quad (1)$	2
2	Закон сохранения энергии	$mgR(1-\cos\alpha) = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow mV^2 = 2mgR(1-\cos\alpha) \quad (2)$	2
3	Из (1) и (2) уравнений получено	$F = mg(3\cos\alpha - 2) \quad (3)$	1
4	Из условия, что стержень невесомый, получено (сумма сил, действующих на него, равна нулю)	$\Rightarrow N = F\cos\alpha$. Скольжения нет, пока $F\sin\alpha = F_{тр} \le \mu N = \mu F\cos\alpha \Rightarrow \mu \ge tg\alpha$.	2
5	Определен момент начала скольжения	$\cos\alpha = \frac{2}{3}$	2
6	Получение ответа	$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow tg\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} = \mu$	1

5. Космическая станция представляет собой сферу радиуса *R*, вращающуюся вокруг своей оси с такой постоянной угловой скоростью, что на экваторе её внутренней поверхности создаётся эффективное ускорение *g*. На экваторе в противоположных точках неподвижно (относительно станции) стоят два сотрудника станции. С какой скоростью относительно станции первый сотрудник должен подбросить гаечный ключ, чтобы он пролетел через центр станции и мог быть пойман вторым сотрудником?

Возможное решение

II закон Ньютона для тела на поверхности станции: $\frac{mu^2}{R} = mg$, откуда скорость точки на этой поверхности $u = \sqrt{Rg}$. <2 балла> В инерциальной системе отсчёта, связанной с центром станции, на гаечный ключ после броска никакие силы не действуют, он движется прямолинейно и равномерно.



В этой системе скорость ключа v складывается из искомой скорости v_0 броска относительно вращающегося вместе со станцией сотрудника и скорости u точки на поверхности станции, направленной по касательной к экватору. По теореме Пифагора $v_0^2 = v^2 + u^2$. <2 балла>

Время полёта составит $t = 2R/v$. <2 балла>

За это время второй сотрудник должен вернуться в первоначальную точку, т. е. совершить целое число оборотов n=1, 2, 3,…; $ut = 2\pi Rn$.

Отвечающая числу n скорость $v = \frac{u}{\pi n} = \frac{\sqrt{gR}}{\pi n}$. <2 балла>

Ответ: $v_0 = \sqrt{gR\left(1 + \frac{1}{\pi^2 n^2}\right)}$, где n – ненулевое целое число. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение скорости точки поверхности станции	$u = \sqrt{Rg}$	2
2	Формулировка связи скорости гаечного ключа в лабораторной системе отсчета с его скоростью относительно сотрудника	$v_0^2 = v^2 + u^2$	2
3	Определение времени полета ключа	$t = 2R/v$	2
4	Определение скорости ключа в лабораторной системе отсчета	$v = \frac{u}{\pi n} = \frac{\sqrt{gR}}{\pi n}$	2
5	Получение ответа	$v_0 = \sqrt{gR\left(1 + \frac{1}{\pi^2 n^2}\right)}$	2