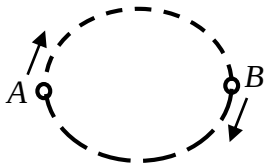
Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников

по физике

13 ноября 2022 г.

Решения и критерии оценки, 11 класс



1. Пункты *A* и *B* связывают две дороги одинаковой протяженности, одна хорошая с разрешенной скоростью v = 90 км/час, другая плохая с разрешенной скоростью u = 70 км/час. Два автомобиля движутся по постоянному маршруту: по плохой дороге из *A* в *B*, затем по хорошей в обратном направлении. Расписание движения диктует минимальную скорость автомобилей 70 км/час. Первый автомобиль движется с максимальной дозволенной скоростью. В некоторый момент времени, когда первый автомобиль находился в пункте *A*, а второй – в пункте *B*, водителю второго автомобиля передали посылку, которую он должен лично отдать водителю первого автомобиля. Сколько раз первый автомобиль посетит пункт *B*, прежде чем его водитель получит посылку? Временем стоянки в конечных пунктах пренебречь.

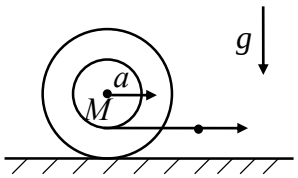
Возможное решение

По условию задачи второй автомобиль все время движется с постоянной скоростью 70 км/час. Рассмотрим движение первого автомобиля относительно второго. <2 балла>. Можно считать, что в начальный момент времени первый автомобиль отставал от второго на расстояние L (км), равное расстоянию между пунктами *A* и *B*. <1 балл> Каждый переход из пункта *B* в пункт *A* первый автомобиль совершает за время $t_1 = L/90$ (часов) <2 балла>, двигаясь со скоростью 20 км/час относительно второго автомобиля <1 балл>, и сокращает за это время расстояние между автомобилями $\Delta L = 20 \cdot t_1 = 2/9\ L$. <2 балла> Поскольку $L/\Delta L = 9/2 = 4.5$, то первый автомобиль догонит второй, когда число его стартов из точки *B* будет равно 5. <2 балла> За первые четыре прохождения расстояния *BA* первый автомобиль сокращает расстояние между автомобилями на 8/9 L. Для преодоления оставшегося расстояния 1/9 L первому автомобилю надо еще пятый раз пройти через пункт *B*.

Ответ: 5 раз.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Рассмотрение движения первого автомобиля относительно второго		2
2	Начальное отставание первого автомобиля относительно от второго	L	1
3	Время перехода первого автомобиля из *B* в *A*	$t_1 = L/90$ (часов)	2
4	Скорость первого автомобиля относительно второго при переходе из *B* в *A*	20 км/час	1
5	Сокращение расстояние между автомобилями за время перехода первого автомобиля из *B* в *A*	$\Delta L = 20 \cdot t_1 = 2/9\ L$	2
6	Получение ответа	5 раз	2



2. Легкую катушку тянут за горизонтальную нить так, что точечная масса M, закрепленная на ее оси, имеет ускорение a. При каких коэффициентах трения μ о стол катушка будет катиться без проскальзывания? Радиус большого обода катушки равен R, малого - r. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

В горизонтальном направлении на катушку действуют две силы - сила натяжения нити F, направленная вправо, и сила трения $F_{тр}$, направленная влево. <1 балл>. Записываем 2-й закон Ньютона для движения катушки по горизонтали <2 балла> и баланс моментов сил относительно оси катушки <3 балла>,

$$\begin{cases} Ma = F - F_{\text{тр}}\,, \\ 0 = F_{\text{тр}}\,R - Fr\,. \end{cases}$$

Из этих уравнений определяем силу трения <2 балла>.

$$F_{тр} = \frac{Mar}{(R-r)}\,.$$

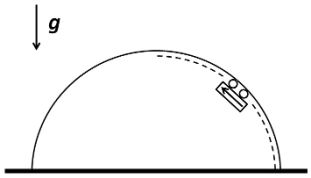
При движении катушки без проскальзывания выполняется неравенство $F_{тр} \le \mu Mg$.
Отсюда получаем неравенство для μ <2 балла>

$$\mu > \frac{ar}{g(R-r)}\,.$$

Ответ: $\mu > \dfrac{ar}{g(R-r)}$.

Разбалловка по этапам

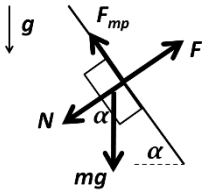
	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение сил, действующих по горизонтали,	F и $F_{тр}$	1
2	2-й закон Ньютона для движения по горизонтали	$Ma = F - F_{\text{тр}}$	2
3	Баланс моментов сил относительно оси катушки	$0 = F_{\text{тр}}\,R - Fr$	3
4	Нахождение силы трения	$F_{тр} = \dfrac{Mar}{(R-r)}\,.$	2
5	Получение ответа	$\mu > \dfrac{ar}{g(R-r)}\,.$	2



3. Робот на колёсах находится возле поверхности земли на внутренней поверхности металлического полусферического купола. В колёса вмонтированы магниты. Планируется, что робот стартует с исходного состояния и доедет по внутренней поверхности купола до его вершины при помощи своих магнитных колёс. При какой минимальной силе притяжения магнитов к куполу робот сможет это сделать? При любом угле поворота колёс сила притяжения их к поверхности купола постоянна. Нагрузка распределена по колёсам равномерно. Полная масса робота m = 70 кг. Коэффициент трения колёс о купол μ = 1. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Размером робота по сравнению с радиусом купола пренебречь.

Возможное решение

Для того, чтобы робот мог добраться до вершины, он не должен соскальзывать с внутренней поверхности купола. Робот удерживается на внутренней поверхности купола за счёт силы притяжения магнитов и движется с очень маленькой скоростью вдоль поверхности за счёт силы трения между колёсами и поверхностью купола.



Изобразим силы, действующие на робота.
Здесь F – сила притяжения магнитов к поверхности купола.
Сумма сил, действующих на робота в каждый момент времени, равна нулю. Запишем второй закон Ньютона для робота в проекциях на взаимно перпендикулярные оси координат, одна из которых параллельна наклонной плоскости, касательной к сфере в точке нахождения робота:

$$\begin{cases} F = N + mg\cos\alpha \\ F_{тр} = mg\sin\alpha \end{cases}$$ <3 балла>

Из первого уравнения следует, что

$$N = F - mg\cos\alpha$$

Если компонента силы тяжести вдоль наклонной плоскости $mg\cdot\sin(\alpha)$ для любого угла α не будет превышать максимально возможную силу трения μN, то робот сможет добраться до вершины. Указанное условие запишем следующим образом:

$$\mu N \geq mg\sin\alpha$$ <2 балла>

Подставляя найденное выражение для силы реакции опоры N, получаем:

$$\mu(F - mg\cos\alpha) \geq mg\sin\alpha$$

Отсюда следует, что

$$F \geq \frac{mg}{\mu}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

Учитывая, что $\mu = 1$, получаем:

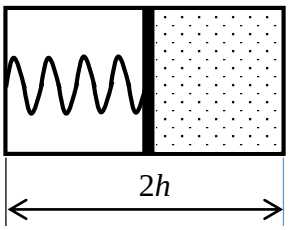
$$F \geq mg(\sin\alpha + \cos\alpha)$$ <2 балла>

Данное выражение должно выполняться для любого угла α от 0 до 90º, поэтому нужно найти, при каком угле α выражение справа от знака неравенства максимально. Из тригонометрии известно, что сумма синуса и косинуса одного и того же угла достигает максимума, когда этот угол равен 45º <2 балла>. Таким образом $F_{min} = \sqrt{2}mg \approx 990$ Н.

Ответ: $F_{min} = \sqrt{2}mg \approx 990$ Н <1 балл>.

Возможные критерии оценивания

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Правильно записан второй закон Ньютона	$\begin{cases} F = N + mg\cos\alpha \\ F_{тр} = mg\sin\alpha \end{cases}$	3
2	Сформулирован количественный критерий отсутствия скольжения	$\mu N \geq mg\sin\alpha$	2
3	Получено общее условие на силу	$F \geq mg(\sin\alpha + \cos\alpha)$	2
4	Проанализирована правая часть неравенства и сделан вывод о том, что критическим углом является угол $\alpha = 45°$	$\alpha = 45°$	2
5	Получение численного ответа	$F_{min} = \sqrt{2}mg \approx 990$ Н	1



4. Лежащий горизонтально закрытый цилиндр с площадью основания S и длиной $2h$ перекрыт подвижным поршнем, опирающимся на пружину жесткости k. Поршень находится в равновесии посередине цилиндра. В объеме слева от поршня вакуум, в объеме справа гелий с температурой T и давлением P. Цилиндр теплоизолирован. Каким установится давление газа после того, как он просочится через зазор между поршнем и стенками цилиндра в объем слева от поршня? Считать, что в установившемся состоянии поршень не доходит до правой стенки цилиндра. Теплоемкость механических элементов конструкции c. Объемом поршня и пружины пренебречь. Жесткость пружины не зависит от температуры.

Возможное решение

В конце процесса давления газа справа и слева от поршня сравняются, и первоначально сжатая на величину $x = PS/k$ пружина расслабится. Энергия сжатой пружины $\frac{kx^2}{2}$ преобразуется в тепловую энергию, что приведет к нагреву конструкции. <1 балл>

Изменение внутренней энергии газа $\Delta U = \frac{3}{2}\left(2P_1Sh - PSh\right)$, <2 балла> на нагрев конструкции тратится $\Delta Q = c(T_1 - T)$ тепла. <1балл> Здесь T_1 - конечная температура, а P_1 - искомое конечное давление.

Температура в конце процесса связана с давлением газа P_1 объединенным газовым законом $T_1 = \frac{2TP_1}{P}$. <2 балла>

Из закона сохранения энергии $\frac{(PS)^2}{2k} = 3P_1Sh - \frac{3PSh}{2} + cT\left(\frac{2P_1}{P} - 1\right)$. <2 балла>

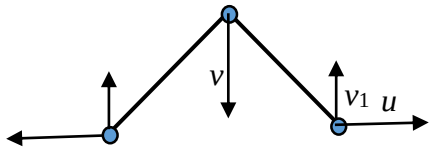
Ответ: $P_1 = \frac{P\left(P^2S^2 + 3PShk + 2cTk\right)}{2k\left(3PSh + 2cT\right)}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение вклада энергии сжатой пружины в тепловую энергию системы	$\Delta E = \frac{kx^2}{2}, x = PS/k$	1
2	Определение изменения внутренней энергии газа	$\Delta U = \frac{3}{2}\left(2P_1Sh - PSh\right)$	2
3	Определение затрат тепла на нагрев конструкции	$\Delta Q = c(T_1 - T)$,	1
4	Формулировка объединенного газового закона	$T_1 = \frac{2TP_1}{P}$	2
5	Формулировка закона сохранения энергии	$\frac{(PS)^2}{2k} = 3P_1Sh - \frac{3PSh}{2} + cT\left(\frac{2P_1}{P} - 1\right)$	2
6	Получение ответа	$P_1 = \frac{P\left(P^2S^2 + 3PShk + 2cTk\right)}{2k\left(3PSh + 2cT\right)}$	2

5. Три одинаковых шарика с одинаковыми массами m и зарядами q, связанные тремя нитями, образуют правильный треугольник со сторонами l. Одну из нитей пережигают. Через некоторое время шарики образуют прямоугольный треугольник. Определите скорость шарика (по модулю), находящегося в прямом угле этого треугольника. Силы тяжести нет.

Возможное решение



Предположим, что центральный шарик имеет скорость v. Параллельные ей составляющие скоростей крайних шариков v_1 находим из закона сохранения импульса $mv - 2mv_1 = 0$. <2 балла>

Перпендикулярные ей составляющие скоростей крайних шариков находим из условия нерастяжимости нитей: $v\cos(45^\circ) = -v_1\cos(45^\circ) + u\sin(45^\circ)$, откуда $v_1 = v/2;\quad u = 3v/2$.

<3 балла>

Из закона сохранения энергии: $\frac{mv^2}{2} + 2\frac{mv_1^2}{2} + 2\frac{mu^2}{2} = \frac{kq^2}{l} - \frac{kq^2}{l\sqrt{2}}$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. <3 балла>

Ответ: $v = \sqrt{\frac{q^2(\sqrt{2}-1)}{12\pi\varepsilon_0 ml\sqrt{2}}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка закона сохранения импульса	$mv - 2mv_1 = 0$	2
2	Формулировка условия нерастяжимости нити	$v\cos(45^\circ) = -v_1\cos(45^\circ) + u\sin(45^\circ)$	3
3	Формулировка закона сохранения энергии	$\frac{mv^2}{2} + 2\frac{mv_1^2}{2} + 2\frac{mu^2}{2} = \frac{kq^2}{l} - \frac{kq^2}{l\sqrt{2}}$,	3
4	Получение ответа	$v = \sqrt{\frac{q^2(\sqrt{2}-1)}{12\pi\varepsilon_0 ml\sqrt{2}}}$	2