

Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике 12 марта 2023 г.

8 класс

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) Двум туристам надо было перенести из деревни в лагерь три одинаковых рюкзака. Первый турист взял один рюкзак и пошел вперед, а второй турист, чтобы не оставлять вещи без присмотра, понес на себе два рюкзака. Первый турист добрался до лагеря, оставил свой рюкзак и сразу пошёл навстречу второму на помощь. Еще через 1 час уже оба туриста пришли в лагерь с рюкзаками. Сколько всего времени понадобилось туристам, чтобы перенести рюкзаки из деревни в лагерь, если добавление рюкзака уменьшает скорость движения туриста вдвое? Считать, что по другим причинам скорость движения туриста не меняется.

Решение. Введем обозначения. V – скорость туриста без рюкзака, L – расстояние от деревни до лагеря, X – расстояние до лагеря от точки, где первый турист встретил товарища с двумя рюкзаками, $T=1$ ч – время, прошедшее между первым приходом первого туриста в лагерь и приходом в лагерь уже обоих туристов с рюкзаками, T_x – искомое время.

По условию задачи скорость первого туриста с одним рюкзаком была равна $V/2$, а второго (с двумя рюкзаками) – $V/4$ (+1 балл). Это значит, что в момент, когда первый турист добрался до лагеря, второй добрался до середины пути (+2 балла). От этого момента до встречи туристов прошло одно и то же время $\frac{X}{V} = \frac{(L/2) - X}{(V/4)} = \frac{(L/2)}{V + (V/4)}$ (+1 балл, последнее выражение – отношение расстояния между туристами на скорость их сближения). Отсюда получаем, что $X = \frac{2L}{5}$ (+1 балл).

Далее найдем связь между параметрами задачи и известным из условия временем T .

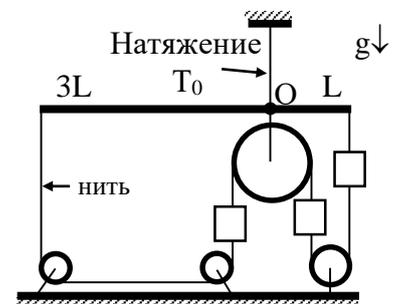
$$T = \frac{L/2}{V + (V/4)} + \frac{X}{(V/2)} = \frac{X}{V} + \frac{X}{(V/2)} = \frac{3X}{V} = \frac{6L}{5V} \quad (+2 \text{ балла})$$

Полное время движения туристов от деревни до лагеря, которое равно времени движения второго туриста, составляет

$$T_x = \frac{L-X}{(V/4)} + \frac{X}{(V/2)} = \frac{16L}{5V} = \frac{8T}{3} = 2 \text{ ч } 40 \text{ мин}$$

(+3 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

2) Невесомый стержень с помощью системы нитей, блоков и грузов удерживают в равновесии (см. рисунок). Нити прикреплены к стержню на его концах и в точке O , которая делит стержень в отношении 3:1. К этой же точке подвешен один из блоков. К нити, охватывающей блоки, в разных местах прикреплены три одинаковых груза, как показано на рисунке. Чему равна масса M одного груза, если натяжение нити, которая прикреплена к потолку и удерживает всю конструкцию, равно T_0 ? Блоки и нити считать невесомыми, трения нет. Ускорение свободного падения g .



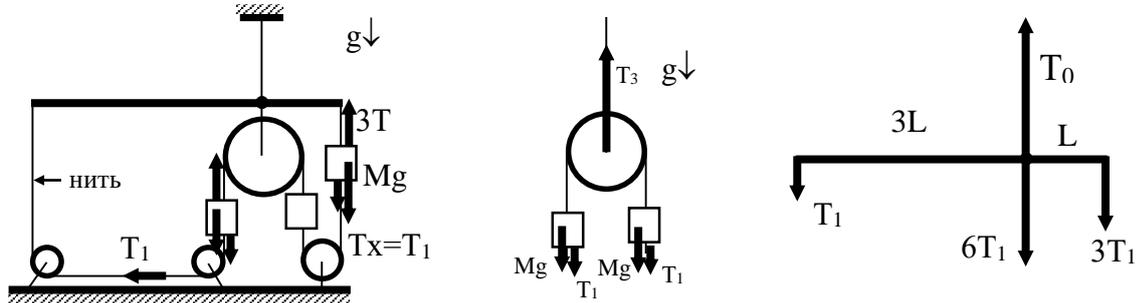
Решение: Введем обозначения: T_1 – натяжение нити, которая прикреплена к левому по рисунку концу стержня, T_2 – натяжение нити, прикрепленной к правому концу стержня, T_3 натяжение нити, которая удерживает *большой* (по рисунку) блок.

Рассмотрим сначала рычаг. Его равновесие обеспечивается, в частности, равенством нулю суммы моментов приложенных к нему сил. Если рассчитать эти моменты сил относительно точки O , то получается, что

$$3L \cdot T_1 = L \cdot T_2, \quad \text{т.е.} \quad T_2 = 3T_1 \quad (+1 \text{ балл})$$

Рассмотрим самый правый груз. Его равновесие обеспечивается равенством нулю суммы сил, действующих со стороны нитей сверху (T_2) и снизу (T_x), а также силы тяжести Mg . Уравнение записывается, например, в виде равенства $T_2=Mg+T_x$ (+1 балл). Рассматривая последовательно все три одинаковых груза и учитывая, что натяжение отдельных участков нити сохраняется по всему участку, получаем, что сила, которая тянет любой из грузов вниз, равна $T_x=T_1$ (+1 балл за все грузы).

Сила натяжения нити, которая тянет груз вверх, для любого из грузов равна $T_2=3T_1$ (+1 балл за все грузы).



Отсюда следует, что $Mg=2T_1$ (+1 балл)

Рассмотрим блок, который прикреплен к стержню. Он охвачен нитью, которая имеет натяжение T_2 , т.е. сила натяжения нити, которая соединяет ось этого блока и т. О стержня, имеет натяжение $2T_2=6T_1$ (+1 балл).

Снова рассмотрим стержень. Сумма приложенных к нему сил равна нулю, т.е.

$$T_0=10T_1 \text{ или } T_1=T_0/10 \text{ (+2 балла)}$$

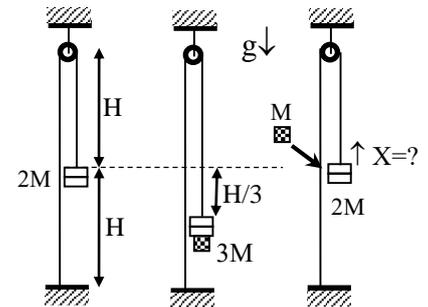
Используя полученное выше соотношение между Mg и T_1 , получаем

$$M=T_0/5g \text{ (+2 балла за явно выраженный и корректно полученный ответ)}$$

Можно было бы не рассматривать отдельно большой блок, а заметить, что сумма сил, действующих на всю систему (стержень+нити+грузы) и направленных вниз, равна $3Mg+4T_1=T_0$.

3) Один конец легкой резинки прикреплен к полу, а другой переброшен через маленький блок на высоте $2H$ от пола.

К свободному концу резинки прикреплен небольшой груз с массой $2M$. В равновесии справа от блока находится треть всей длины резинки (см. левый рисунок). Известно, что если бы к имеющемуся грузу добавили еще один грузик с массой M , то после установления равновесия груз опустился бы на $H/3$ (см. средний рис.). На какое расстояние X поднялся бы груз с массой $2M$, если бы этот добавочный грузик прикрепили к середине той части резинки, которая находится слева от блока? Размерами грузов и части резинки, соприкасающейся с блоком, пренебречь. Резинка подчиняется закону Гука. Трения нет.



Решение. Введем обозначения: L, k - длина недеформированной резинки и ее коэффициент жесткости.

Сначала определим коэффициент жесткости всей резинки. Заметим, что по условию задачи длина резинки увеличилась на $H/3$ после того, как нагрузка увеличилась на Mg , т.е.

$$k \cdot H/3 = Mg \text{ (+1 балл)}, \text{ следовательно, } k = 3Mg/H \text{ (+1 балл)}$$

Далее определим длину всей резинки в нерастянутом состоянии:

Поскольку в исходном положении с подвешенным грузом $2M$ длина всей растянутой резинки составляет $3H$, то из равновесия системы следует, что

$$k \cdot (3H - L) = 2Mg \text{ (+1 балл)}, \text{ т.е. } L = 7Mg/k = 7H/3 \text{ (+1 балл)}$$

Для решения задачи далее необходимо использовать условие того, что жесткость части резинки длиной Y равна kL/Y . Добавочный грузик прикрепляется к середине правой части

резинки, т.е. к точке, которая находится на расстоянии $L/3$ от конца нерастянутой резинки. Т.е. коэффициент жесткости этого участка резинки равен $3k$ (+1 балл).

До прикрепления грузика с массой M равновесие этой трети резинки определялось соотношением

$$3k(H-L/3)=2Mg \quad (+1 \text{ балл})$$

После этого прикрепления новое условие равновесия выражается равенством

$$3k[(H-X)-L/3]=Mg \quad (+1 \text{ балл})$$

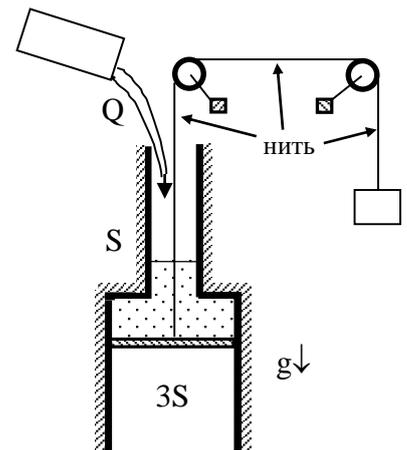
Появляющаяся здесь величина X – уменьшение длины участка резинки между полом и грузиком - и есть искомое смещение груза, прикрепленного к концу резинки справа от блока. Это объясняется тем, что натяжение и, следовательно, длина части резинки между грузом и добавочным грузиком не изменятся (+1 балл)

Вычитая эти уравнения друг из друга, получаем

$$3kX=Mg, \text{ т.е. } X=H/9 \quad (+2 \text{ балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ})$$

К правильному ответу могут привести и иные рассуждения. Например, можно заметить, что после подвешивания грузика с массой M на левую часть резинки нагрузка на нижнюю треть резинки уменьшается на Mg , т.е. сразу получить равенство $3kX=Mg$ без явного вычисления длины нерастянутой резинки.

4) Цилиндрическая труба, составленная из двух частей с площадью сечения S (сверху) и $3S$ (снизу), закреплена вертикально. Нижняя часть трубы перекрыта подвижным невесомым поршнем, к которому с помощью нити и блоков прикреплен груз (груз на рис. справа). В равновесном состоянии в трубе над поршнем находится жидкость, уровень которой выше места соединения частей. Сверху в трубу начинают наливать тонкой струйкой ту же самую жидкость, и груз начинает перемещаться с постоянной скоростью. С какой скоростью перемещается груз, если объемный расход заливаемой жидкости равен $Q \text{ м}^3/\text{с}$? Трения нет.



Решение. Введем обозначения: пусть U – искомая скорость движения груза, X_0 – начальное расстояние от поршня до места соединения частей трубы, Y_0 – начальная высота столба жидкости в узкой части трубы, X и Y – соответствующие расстояния в произвольный момент времени t после начала заливания жидкости, ρ - плотность жидкости.

Искомая скорость груза направлена вверх и равна скорости поршня, т.е. скорости, с которой увеличивается X . Согласно условию, в начальной ситуации сила давления жидкости на поршень равна весу груза, т.е.

$$Mg = \rho g(X_0 + Y_0) \cdot 3S \quad (+1 \text{ балл}),$$

Аналогичное соотношение верно и в любой другой момент времени, пока в обеих частях трубы есть жидкость:

$$Mg = \rho g(X + Y) \cdot 3S \quad (+1 \text{ балл})$$

Таким образом, в любой момент $X_0 + Y_0 = X + Y$ (+1 балл).

Условие того, что высота столба жидкости остается постоянной, пока жидкость находится в обеих частях трубы, можно обосновать и из несколько иных соображений.

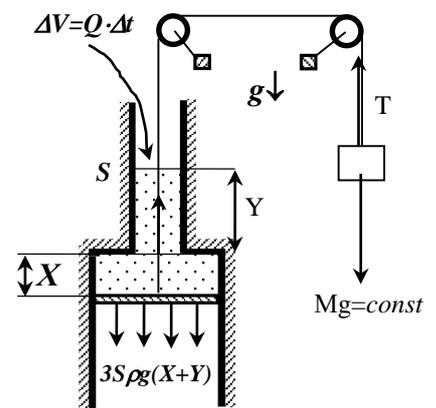
Кроме этого, начальный объем жидкости равен $V_0 = 3SX_0 + SY_0$ (+1 балл), а в момент времени t после начала заливания он равен уже $V_0 + Q \cdot t = 3SX + SY$ (+2 балла).

Можно переписать выражение для объема в виде

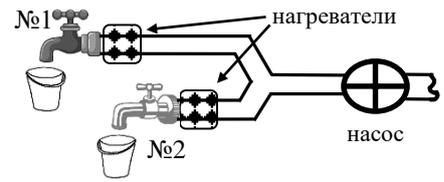
$$V_0 + Q \cdot t = 3SX + SY = 2SX + S(X + Y) = 2SX - 2SX_0 + (3SX_0 + SY_0) = 2S(X - X_0) + V_0,$$

Т.е. $X(t) = X_0 + Qt/2S = X_0 + Ut$ (+2 балла за связь между $X(t)$ и временем).

Отсюда $U = Q/2S$ (+2 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).



5) Для подачи воды к двум кранам используется насос, который включается при открывании любого из кранов. Работающий насос прокачивает через себя один и тот же объем воды в единицу времени. Перед кранами вмонтированы одинаковые нагреватели, которые сразу включаются при открывании соответствующего крана и подогревают воду. Краны одновременно открывают и набирают воду в ведра. За $t_1=2$ минуты из крана №1 набралось ведро воды с температурой $T_1=50$ °С, и этот кран закрыли. Еще через $t_2=1$ минуту наполнилось такое же по объему ведро под краном №2. Какую температуру T_2 имеет вода в этом ведре, если к моменту закрытия крана №2 из него текла вода с температурой $T_3=45$ °С? Считать, что трубы заполнены водой полностью и что при протекании воды через нагреватель этой воде передается постоянная тепловая мощность. Теплообменом между водой и окружающей средой (кроме нагревателя) пренебречь.



За $t_1=2$ минуты из крана №1 набралось ведро воды с температурой $T_1=50$ °С, и этот кран закрыли. Еще через $t_2=1$ минуту наполнилось такое же по объему ведро под краном №2. Какую температуру T_2 имеет вода в этом ведре, если к моменту закрытия крана №2 из него текла вода с температурой $T_3=45$ °С? Считать, что трубы заполнены водой полностью и что при протекании воды через нагреватель этой воде передается постоянная тепловая мощность. Теплообменом между водой и окружающей средой (кроме нагревателя) пренебречь.

Решение. Введем обозначения: N - тепловая мощность, передаваемая воде при ее протекании через кран, V – объем воды, подаваемой насосом в единицу времени (имеет размерность $\text{м}^3/\text{с}$), C и ρ – удельная теплоемкость и плотность воды, T_0 - температура воды в трубе без подогрева, T_x - температура воды, набравшейся в ведро №2 до закрытия крана №1.

Сначала определим соотношение между объемами воды, протекающими через краны №1 и №2, когда они оба открыты. Пусть через кран №1 идет доля X от всей подачи, т.е. $XV \text{ м}^3/\text{с}$. Тогда через кран №2 идет $(1-X)V$. После закрытия крана №1 через кран №2 подается $V \text{ м}^3/\text{с}$. Объемы ведер одинаковы, поэтому можно записать

$$t_1 \cdot XV = t_1 \cdot (1-X)V + t_2 \cdot V$$

т.е. получаем, что при обоих открытых кранах через кран №1 течет доля воды

$$X = \frac{t_1 + t_2}{2t_1} = \frac{3}{4}, \text{ а оставшаяся четверть всей воды течет через кран №2 (+1 балл).}$$

Отсюда также следует, что, когда наполнилось ведро №1, второе ведро было заполнено на одну треть (+1 балл).

По условию задачи, когда открыт только кран №2, т.е. когда вся вода протекает через один нагреватель, температура вытекающей воды равна $T_3=45$ °С. Эта температура появляется в результате нагрева исходной воды, имевшей неизвестную температуру T_0 . Уравнение теплового баланса для этой ситуации имеет вид

$$V \cdot t_{\text{п}} \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0) = N \cdot t_{\text{п}}$$

Здесь $t_{\text{п}}$ – некоторое небольшое (заведомо меньшее времени наполнения ведра) время, в течение которого рассматривается ситуация.

Т.е. найдем связь между введенными параметрами

$V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0) = N$ (+1 балл за это или аналогичное соотношение, позволяющее приблизиться к ответу)

Если воды через кран идет меньше, то это значит, что скорость воды пропорционально меньше, а время прохождения через нагреватель с определенными геометрическими размерами – больше. Значит, и количество теплоты, переданное фиксированному объему воды, будет больше.

В начальной ситуации для воды, протекающей через кран №1, уравнение теплового баланса имеет вид (смысл $t_{\text{п}}$ - тот же что и выше)

$$XV \cdot t_{\text{п}} \cdot \rho C \cdot (T_1 - T_0) = N \cdot t_{\text{п}}, \text{ т.е. } XV \cdot \rho C \cdot (T_1 - T_0) = V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0) \text{ (+1 балл)}$$

$$\text{или } X \cdot (T_1 - T_0) = (T_3 - T_0).$$

Отсюда получаем, что $T_0 = 4T_3 - 3T_1 = 30$ °С (+1 балл, явное вычисление значения начальной температуры не требуется для получения полного балла)

Для воды, которая в это время набиралась в ведро №2, уравнение теплового баланса дает $(1-X)V \cdot t_{\text{п}} \cdot \rho C \cdot (T_x - T_0) = N \cdot t_{\text{п}}$, т.е. $(1-X)V \cdot \rho C \cdot (T_x - T_0) = V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0)$ (+1 балл)

или $(1-X) \cdot (T_x - T_0) = (T_3 - T_0)$,

т.е. $T_x = 4T_3 - 3T_0 = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ (+1 балл)

Таким образом, в ведре №2 треть объема будет занята водой с температурой $T_x = 90 \text{ }^\circ\text{C}$, а оставшиеся $2/3$ – водой с температурой $T_3 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$. После установления теплового равновесия температура всего объема будет равна T_2 .

Если объем ведра равен Y , то уравнение теплового баланса для такого теплообмена будет иметь вид

$$\frac{1}{3}Y \cdot \rho C \cdot (T_x - T_2) = \frac{2}{3}Y \cdot \rho C \cdot (T_2 - T_3) \quad (+1 \text{ балл})$$

Отсюда получаем, что

$$T_2 = \frac{T_x + 2T_3}{3} = 2T_3 - T_0 = 3T_1 - 2T_3 = 60 \text{ }^\circ\text{C} \quad (+2 \text{ балла за явно сформулированный и обоснованный}$$

ответ).

Решение может отличаться от приведенного, но при корректном получении ответа на вопрос задачи баллы за это не снимаются.