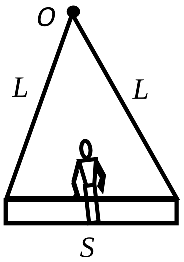
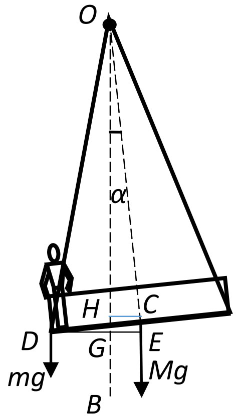
Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников
по физике 12 ноября 2023 г.
Решения и критерии оценки
11 класс



1. Строительная люлька длиной S подвешена на оси O с помощью двух легких тросов длиной L каждый. Когда маляр массой m переходит от центра люльки к ее краю, люлька поворачивается на угол α. Определите массу люльки, пренебрегая массой ее перил и ростом маляра.

Возможное решение



Предположим, что масса люльки M. Равновесие люльки с маляром определяется балансом моментов сил тяжести, действующих на маляра и центр масс люльки относительно горизонтальной оси O. Если OG – вертикальная линия, то плечом силы Mg является- CH , а плечом силы mg – DG, так что $mg \cdot DG = Mg \cdot CH$. <3 балла>.

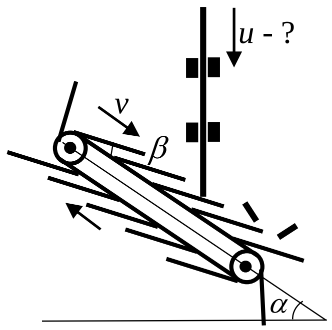
Величина $CH = OC \cdot \sin\alpha = \sin\alpha\sqrt{L^2 - S^2/4}$ <2 балла>,

а $DG = DE - CH = \cos\alpha \cdot S/2 - \sin\alpha\sqrt{L^2 - S^2/4}$ <2 балла>.

Ответ: $M = m\dfrac{\cos\alpha S - \sin\alpha\sqrt{4L^2 - S^2}}{\sin\alpha\sqrt{4L^2 - S^2}}$ <3 балла>.

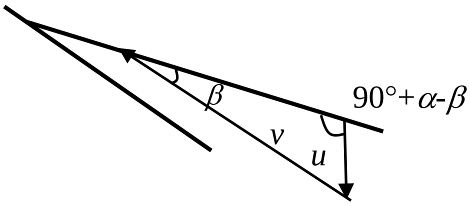
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка баланса моментов сил	$mg \cdot DG = Mg \cdot CH$	3
2	Определение плеча силы тяжести, действующей на люльку	$CH = OC \cdot \sin\alpha = \sin\alpha\sqrt{L^2 - S^2/4}$	2
3	Определение плеча силы тяжести, действующей на маляра	$DG = DE - CH = \cos\alpha \cdot S/2 - \sin\alpha\sqrt{L^2 - S^2/4}$	2
4	Получение ответа	$M = m\dfrac{\cos\alpha S - \sin\alpha\sqrt{4L^2 - S^2}}{\sin\alpha\sqrt{4L^2 - S^2}}$	3



2. На рисунке показан поперечный разрез упрощенной схемы садового измельчителя. Ветка (вертикально направляемый стержень) упирается в ножи, установленные на движущейся со скоростью v ленте. Кусочки ветки (стержня) срезаются, и стержень опускается вниз за счет внешнего механизма, пока вся ветка не будет порублена. Определите скорость опускания ветки (стержня). Лента с ножами наклонена на угол α к горизонту, а ножи выставлены под углом β к ленте.

Возможное решение



Нижний конец стержня скользит по поверхности очередного ножа до встречи со следующим ножом. В системе отсчета, связанной с ножом, скорость стержня направлена по касательной к поверхности ножа. <3 балла>

В этой системе отсчета скорость стержня $\vec{u}_1 = \vec{u} - \vec{v}$. <2 балла>

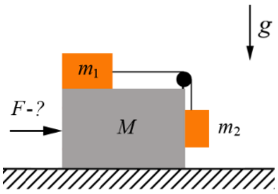
Применяем теорему синусов к треугольнику, составленному из этих векторов,

$\dfrac{u}{\sin(\beta)} = \dfrac{v}{\sin(90° + \alpha - \beta)} = \dfrac{v}{\cos(\beta - \alpha)}$ <3 балла>, откуда получаем ответ.

Ответ: $u = \dfrac{v\sin(\beta)}{\cos(\beta - \alpha)}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Утверждение: скорость стержня относительно ножа направлена по касательной к ножу		3
2	Определение скорости стержня в системе отсчета ножа	$\vec{u}_1 = \vec{u} - \vec{v}$	2
3	Применение теоремы синусов	$\dfrac{u}{\sin(\beta)} = \dfrac{v}{\sin(90° + \alpha - \beta)} = \dfrac{v}{\cos(\beta - \alpha)}$	3
4	Получение ответа	$u = \dfrac{v\sin(\beta)}{\cos(\beta - \alpha)}$	2



3. Брусок массой M лежит на гладкой горизонтальной поверхности. На бруске находится груз массой m_1. К грузу привязана невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через блок, закрепленный на бруске. На втором конце нити висит груз массой m_2. Какую горизонтальную силу нужно приложить к бруску, чтобы грузы были неподвижны относительно него? Ускорение свободного падения g, трения нет. Блок невесомый.

Возможное решение

Так как грузы неподвижны относительно бруска, система движется как целое под действием силы F с ускорением <3 балла>

$a = F/(M + m_1 + m_2)$. (1)

Верхний груз движется с таким же ускорением под действием силы T, которая, следовательно, равна $T = m_1 a$ <2 балла>.

Поскольку нить невесома, она действует на груз массы m_2 с той же силой T, и вертикальное ускорение его равно нулю. Это дает уравнение

$m_2 g - T = 0$ <2 балла>, то есть, должно быть

$m_2 g = T = m_1 a$ <1 балл>. Подставляя значение ускорения из уравнения (1), получаем ответ.

Ответ: $F = m_2 g(M + m_1 + m_2)/m_1$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорения системы как целого	$a = F/(M + m_1 + m_2)$	3
2	II закон Ньютона для верхнего груза	$T = m_1 a$	2
3	II закон Ньютона для нижнего груза	$m_2 g - T$=0	2
4	Следствие равенства сил натяжения	$m_2 g = T = m_1 a$	1
5	Получение ответа	$F = m_2 g(M + m_1 + m_2)/m_1$	2

4. Однородный непроводящий резиновый шнур выдерживает максимальное натяжение T, причем отрезок шнура длиной L_0 имеет коэффициент жесткости k_0. К расправленному, но не натянутому отрезку шнура длиной L прикрепляют два небольших заряженных шарика с зарядом q каждый и отпускают. При какой минимальной длине L шнур не разорвется при дальнейшем движении шариков?

Возможное решение

Если жесткость шнура длины L_0 равна k_0, то при длине L коэффициент жесткости равен $k = k_0 L_0 / L$ <2 балла>.

Удлинение шнура до разрыва будет $\Delta L = T/k = TL/(k_0 L_0)$ <1 балл>. Энергия, запасенная в шнуре до разрыва, равна

$U = \frac{k\Delta L^2}{2} = \frac{T^2}{2k} = \frac{T^2 L}{2k_0 L_0}$ <2 балла>.

Запишем закон сохранения энергии для начального недеформированного шнура и шнура перед разрывом, причем скорости шариков в этот момент нулевые, так как рассматривается крайний случай

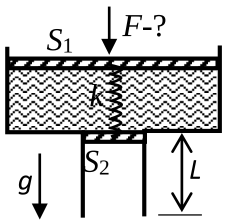
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L} = U + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L+\Delta L}$. <3 балла>.

Подставляя выражения для U и ΔL, получаем минимальную длину.

Ответ: $L_{min} = \sqrt{\frac{q^2 k_0 L_0}{2\pi\varepsilon_0 T(T+k_0 L_0)}}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение жесткости отрезка шнура	$k = k_0 L_0 / L$	2
2	Определение удлинения отрезка шнура до разрыва	$\Delta L = T/k = TL/(k_0 L_0)$	1
3	Определение энергии растянутого отрезка шнура	$U = \frac{k\Delta L^2}{2} = \frac{T^2}{2k} = \frac{T^2 L}{2k_0 L_0}$	2
4	Формулировка закона сохранения энергии	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L} = U + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L+\Delta L}$.	3
5	Получение ответа	$L_{min} = \sqrt{\frac{q^2 k_0 L_0}{2\pi\varepsilon_0 T(T+k_0 L_0)}}$.	2



5. Объем сосуда, образованного двумя цилиндрами, перекрыт подвижными поршнями площадью S_1 и S_2 (см. рис.) и заполнен жидкостью плотностью ρ. Поршни соединены пружиной жесткостью k и находятся в равновесии. Ось сосуда вертикальна. На верхний поршень надавили с медленно увеличивающейся силой. При некоторой величине прикладываемой силы нижний поршень выпал из цилиндра. Определите эту величину, если в исходном состоянии нижний поршень находился на расстоянии L от нижнего конца цилиндра? Ускорение свободного падения g. Трения нет.

Возможное решение

Поскольку нижний поршень находится в равновесии, сила давления уравновешивается силой натяжения пружины

$P_2 \cdot S_2 + m_2 g - T = 0$ (1) <1 балл>

где m_2 - масса нижнего поршня, P_2 - давление жидкости, действующее на него, T – натяжение пружины. Давление на верхний поршень

$P_1 = P_2 - \rho g l$, (2) <1 балл>

где l – расстояние между поршнями.

Условие его равновесия $P_1 S_1 - T - m_1 g - F = 0$, где m_1 - масса верхнего поршня <1 балл>.

Подставив в последнее уравнение значение P_1, определенное из уравнений (1) и (2), получим: $T\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) - \rho g l S_1 - m_1 g - m_2 g \frac{S_1}{S_2} - F = 0$ <2 балла>. Равновесие в исходном состоянии выражается равенством $T_0\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) - \rho g l_0 S_1 - m_1 g - m_2 g \frac{S_1}{S_2} = 0$, где T_0 -исходное натяжение пружины, l_0 -ее исходная длина. Вычтя из конечного условия равновесия начальное, получим:

$\left(T - T_0\right)\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) - \rho g\left(l - l_0\right) S_1 - F = 0$ (3) <1 балл>.

Если нижний поршень опустился на L, верхний опустится на величину h, при которой объем жидкости останется неизменным: $LS_2 = hS_1$ <1 балл>. Пружина удлинилась на $l - l_0 = L - h = L\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)$, сила ее натяжения увеличилась на $T - T_0 = k(L - h)$ <1 балл>.

Подставив эти значения в (3), получим ответ.

Ответ: $F = kL\frac{\left(S_1 - S_2\right)^2}{S_1 S_2} - \rho g L\left(S_1 - S_2\right)$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия нижнего поршня	$P_2 \cdot S_2 + m_2 g - T = 0$	1
2	Связь давлений на нижний и верхний поршни	$P_1 = P_2 - \rho g l$	1
3	Условие равновесия верхнего поршня	$P_1 S_1 - T - m_1 g - F = 0$	1
4	Результат исключения давлений из уравнений, выражающих равновесие	$T\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) - \rho g l S_1 - m_1 g - m_2 g \frac{S_1}{S_2} - F = 0$	2
5	Тот же результат, выраженный через относительное удлинение пружины и через увеличение ее натяжения	$\left(T - T_0\right)\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) - \rho g \left(l - l_0\right) S_1 - F = 0$	1
6	Условие сохранения объема жидкости	$L S_2 = h S_1$	1
7	Определение удлинения пружины и ее натяжения	$l - l_0 = L - h$, $T - T_0 = k(L - h)$	1
8	Получение ответа	$F = kL \frac{\left(S_1 - S_2\right)^2}{S_1 S_2} - \rho g L \left(S_1 - S_2\right)$	2