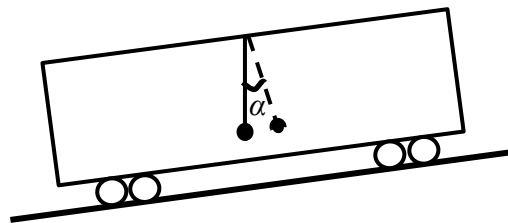


**Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады
Школьников по физике
9 марта 2025 г.
11 класс**

1. Вагон стоял на железнодорожной горке. Внутри вагона был подвешен маятник длины L . Вагон покатился без трения влево, и маятник пришел в движение, отклонился влево на угол α , $\alpha \ll 1$ и вернулся в прежнее положение. В этот момент вагон снова остановился. Определите наибольшее отклонение маятника от вертикали после повторной остановки вагона.



Возможное решение: Предположим, что горка наклонена относительно горизонтали на угол φ . Придя в движение, вагон будет двигаться с ускорением $a = g \sin \varphi$. Отпущенное в вагоне тело будет двигаться с таким же ускорением в направлении склона и с ускорением $a_{\perp} = g \cos \varphi$ перпендикулярно ему. Относительно вагона он будет двигаться перпендикулярно его полу с ускорением $a_{\perp}$, то есть, в вагоне будет действовать эффективная сила тяжести, направленная перпендикулярно полу и создающая ускорение $a_{\perp}$ <1 балл>. В этих условиях маятник вначале находится в наиболее отклоненном положении от местной вертикали влево на угол φ и на такой же угол отклонится от нее влево. Таким образом, $\varphi = \alpha/2$ <1 балл>. До возвращения в прежнее положение маятник

совершит полный период колебаний $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cos(\alpha/2)}}$ <2 балла>. За это время вагон

приобретет скорость $v = aT = 2\pi \cdot \sin(\alpha/2) \sqrt{\frac{Lg}{\cos(\alpha/2)}}$. Такую же скорость в лабораторной

системе отсчета будет иметь груз маятника. После остановки вагона груз сохранит свою скорость в направлении перпендикулярном нити подвеса, поскольку сила упругости нити в этом направлении не действует: он будет двигаться со скоростью $u = v \cdot \cos(\alpha/2)$ в точке своего равновесия <2 балла>. Из закона сохранения энергии:

$$mgL(1 - \cos \beta) = \frac{mu^2}{2} = 2\pi^2 \sin^2(\alpha/2) \cos(\alpha/2) Lmg,$$

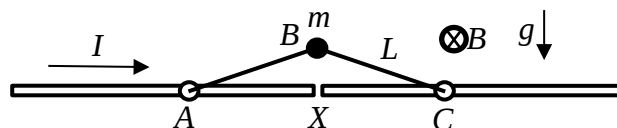
где β – угол наибольшего отклонения <2 балла>.

Ответ: $\cos \beta = 1 - 2\pi^2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ или, принимая во внимание условие малости угла α , $\sin(\alpha/2) \approx \alpha/2$, $\cos(\alpha/2) \approx 1$, так что искомый угол $\beta \approx \pi\alpha$ <2 балла>.

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение эффективного ускорения свободного падения в движущемся вагоне.	$a_{\perp} = g \cos \varphi$	1
2	Определение угла наклона горки	$\varphi = \alpha/2$	1
3	Определение времени до повторной остановки вагона	$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cos(\alpha/2)}}$	2
4	Определение скорости груза маятника после остановки вагона	$v = 2\pi \cdot \sin(\alpha/2) \sqrt{\frac{Lg}{\cos(\alpha/2)}}$; $u = v \cdot \cos(\alpha/2)$	2
5	Формулировка закона сохранения энергии для маятника	$mgL(1 - \cos \beta) = \frac{mu^2}{2}$	2
	Получение ответа	$\cos \beta$ $= 1 - 2\pi^2 \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right)$ или $\beta \approx \pi \alpha$	2

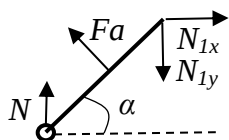
2. Горизонтальная токопроводящая шина

имеет разрыв в точке X. Проводимость шины восстанавливается при помощи двух легких проводящих стержней AB и BC, соединенных с шиной подвижными контактами в точках A и B и соединенных



между собой массивным токопроводящим шарниром в точке B. Длина обеих стержней L. Конструкция находится в перпендикулярном шине горизонтальном магнитном поле с индукцией B. После того, как в шине создали ток I, шарнир начал разгоняться и достиг максимальной скорости при угле $\angle BAC = 30^\circ$. Определите эту скорость. Трения нет, массой стержней и контактов пренебречь. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение: Искомая скорость отвечает максимуму кинетической энергии системы, а этот максимум достигается в точке равновесия < 1 балл>.



На стержень действуют сила ампера $Fa = IBL$ <0.5 балла>, силы реакции опоры N и N_1 , $N_{1y} = mg/2$ <0.5 балла>.

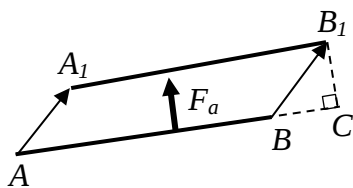
Равновесию отвечает баланс сил по горизонтали $N_{1x} - Fa \cdot \sin \alpha = 0$

<1 балл> и баланс моментов сил относительно нижней точки

$$N_{1x} L \sin \alpha + N_{1y} L \cos \alpha - Fa \cdot L/2 = 0 \text{ <2 балла>.}$$

Из условия равновесия находим $mg = Fa(1 - 2\sin^2 \alpha) / \cos \alpha = Fa / \sqrt{3}$.

Закон сохранения энергии $\frac{mv^2}{2} = A - mgL \sin \alpha$ (1).



Для того, чтобы найти работу A сил Ампера, рассмотрим небольшое перемещение маленького отрезка стержня AB , когда он перемещается в положение A_1B_1 . Сила Ампера

$$\Delta A = Fa \cdot BB_1 \cdot \cos(\angle BB_1C) = I \cdot B \cdot AB \cdot B_1C = I \cdot B \cdot \Delta S, \text{ где } S -$$

площадь фигуры под стержнем <3 балла>.

Для двух стержней $A = IBS(\Delta ABC) = IBL^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = IBL^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$, где $S(\Delta ABC)$ – площадь треугольника на рисунке из условия.

Подставив значения A и m в формулу (1), получаем ответ.

Ответ: $v = \sqrt{\frac{Lg}{2}}$ <2 балла>.

№	Этапы решения	Соотношения	Баллы
1	Привязка максимума скорости к точке равновесия		1
2	Указание сил, действующих на стержень		1
3	Баланс сил по горизонтали	$N_{1x} - Fa \cdot \sin \alpha = 0$	1
4	Баланс моментов сил	$N_{1x}L \sin \alpha + N_{1y}L \cos \alpha - Fa \cdot L / 2 = 0$	2
5	Определение работы силы Ампера и формулировка закона сохранения энергии	$\frac{mv^2}{2} = A - mgL \sin \alpha,$ $A = IBS(\Delta ABC) = IBL^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = IBL^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$	3
	Получение ответа	$v = \sqrt{\frac{Lg}{2}}$	2

3. Цилиндрический сосуд перекрыт двумя прилегающими друг к другу поршнями, имеющими одинаковую массу и находящимися в равновесии. Объем под поршнями заполнен гелием с давлением P , снаружи – воздух с атмосферным давлением P_a . Верхний поршень герметичен, а через нижний гелий медленно просачивается в пространство между поршнями. Во сколько раз увеличится объем под верхним поршнем, когда нижний поршень опустится до дна? Теплоемкостью цилиндра и поршней, а также, теплопередачей во внешнее пространство пренебречь.

Возможное решение: Начальное равновесие поршней массы m и сечения S :

$$2mg = (P - P_a)S \text{ <2 балла>.}$$

При медленном просачивании гелия верхний поршень будет находиться в равновесии. Условие его равновесия при давлении гелия P_1 : $mg = (P_1 - P_a)S$, откуда следует, что давление P_1 не меняется <2 балла>.

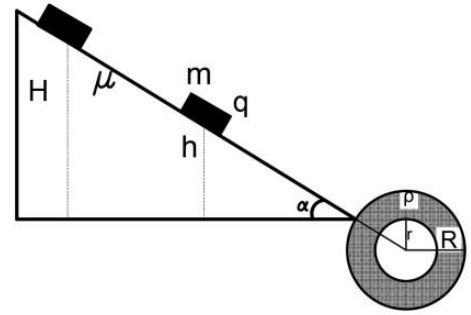
Закон сохранения энергии при начальном объеме под поршнями V и конечном объеме под поршнем V_1 : $\frac{3}{2}(P_1V_1 - PV) = mg \frac{V}{S} - P_1(V_1 - V)$. Здесь первый член – изменение внутренней энергии гелия, второй – работа силы тяжести над опускающимся поршнем, третий – работа газа при подъеме второго поршня <4 балла>.

Ответ: $\frac{V_1}{V} = \frac{2P}{P + P_a}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

№	Этапы решения	Соотношения	Баллы
1	Начальное равновесие поршней	$2mg = (P - P_a)S$	2
2	Условие равновесия верхнего поршня	$mg = (P_1 - P_a)S$	2
3	Закон сохранения энергии, выраженный через значения объема, давления, массы и сечения поршней	$\frac{3}{2}(P_1V_1 - PV) = mg \frac{V}{S} - P_1(V_1 - V)$	4
	Получение ответа	$\frac{V_1}{V} = \frac{2P}{P + P_a}$	2

4. Брусок массы m и заряда q скатывается с шершавого непроводящего клина с коэффициентом трения μ с начальной скоростью v_0 . Конец клина касается непроводящей, равномерно заряженной толстостенной сферы внешнего радиуса R и внутреннего r таким образом, что центр сферы лежит на продолжении линии движения бруска. Плотность заряда сферы такова, что полнотелый шар радиуса R , заряженный с той же плотностью имел бы заряд Q .



Известно, что брусок остановился и остался в покое на высоте h над основанием клина. Найти H - высоту с которой брусок начинал свое движение.

Возможное решение: Сферу эффективно можно заменить на точечный заряд Q_1 , помещенный в ее центр. Найдем заряд сферы:

$$Q_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right)$$

Так как размеры тела много меньше размеров сферы, то тело можно считать точечным зарядом.

I случай: тело останавливается перед сферой.

Запишем закон сохранения энергии между моментом начала движения и моментом первой остановки:

$$E_k + E_g + q\varphi(H) = E_g + A_{fr} + q\varphi(h)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{H + R\sin\alpha} = mgh + \mu mg \cos\alpha (H - h) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha}$$

Преобразование данного уравнения дает:

$$mg(1 - \mu \cos\alpha)H^2 - CH + qQ_1 \sin\alpha = 0$$

$$C = mg(h + R\sin\alpha) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha} - \frac{mv_0^2}{2} - \mu mg \cos\alpha (h + R\sin\alpha)$$

$$H = h + R\sin\alpha$$

Тогда:

$$H = \frac{C + \sqrt{C^2 - 4mgqQ_1 \sin\alpha (1 - \mu \cos\alpha)}}{2mg(1 - \mu \cos\alpha)}$$

II случай: тело испытывает упругий удар со сферой и останавливается при движении вверх.

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{H + R\sin\alpha} = mgh + \mu mg \cos\alpha (H + h) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha}$$

$$mg(1 - \mu \cos\alpha)H^2 - CH + qQ_1 \sin\alpha = 0$$

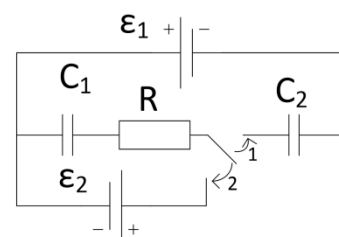
$$C = mg(h + R\sin\alpha) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha} - \frac{mv_0^2}{2} + \mu mg \cos\alpha (h - R\sin\alpha)$$

$$H' = H + R \sin \alpha$$

$$H = \frac{C + \sqrt{C^2 - 4mgqQ_1 \sin \alpha (1 - \mu \tan \alpha)}}{2mg(1 - \mu \tan \alpha)}$$

№	Этапы решения	Баллы
1	Верные рассуждения по электростатике и запись потенциалов	2
2	Запись закона сохранения энергии	1
3	Преобразование уравнения	2
4	Ответ	2
5	Наличие второго случая	1
6	Запись закона сохранения энергии	1
7	Ответ	1

5. Цепь, изображенная на рисунке, изначально разомкнута. Сначала ключ замыкают в первое положение и ждут полной зарядки конденсаторов. Затем, через достаточно долгий промежуток времени, ключ переключают во второе положение и также ждут установления равновесия. Найдите всю теплоту, выделившуюся на резисторе за все время эксперимента. Все величины, указанные на рисунке считать известными.



Возможное решение: Т.к. C_1 и C_2 соединены последовательно, после замыкания ключа в положение 1, на них окажутся одинаковые заряды.

$$q_1 = C \varepsilon_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$$

Тогда, напряжение на конденсаторе

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$$

Работа источника идет на зарядку конденсаторов и выделения тепла, а значит

$$Q_1 = A_{\text{ист1}} - E_c = q_1 \varepsilon_1 - \frac{C \varepsilon_1^2}{2} = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2$$

После замыкания ключа в положение 2 итоговый заряд на емкости будет равен

$$q_2 = C_1 \varepsilon_2$$

В конденсаторе уже была накоплена энергия, а значит разность энергий равна

$$\Delta E_c = \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2}$$

Аналогично, запишем тепло, учитывая, что источник переместит суммарный заряд

$$Q_2 = A_{\text{ист2}} - \Delta E_c = (q_1 + q_1) \varepsilon_2 - \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} + \frac{C_1 U_1^2}{2}$$

Итого, подставив все значения

$$\sum Q = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2 + \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \frac{C_1 C_2^2}{2(C_1 + C_2)^2} \varepsilon_1^2$$

№	Этапы решения	Соотношения	Баллы
1	Равенство зарядов на емкостях		1
2	Нахождение заряда на конденсаторе	$q_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$	1
3	Нахождение напряжения на конденсаторе	$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$	1
	Запись выражения для выделившегося тепла в первом процессе	$Q_1 = q_1 \varepsilon_1 - \frac{C \varepsilon_1^2}{2} = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2$	2
	Источник совершает работу по перемещению суммарного заряда	$(q_1 + q_1) \varepsilon_2$	1
	Нахождение заряда во втором процессе	$q_2 = C_1 \varepsilon_2$	1
	Запись выражения для выделившегося тепла во втором процессе	$Q_2 = A_{\text{ист2}} - \Delta E_c$	1
	Итоговое выражение для выделившегося тепла		2