

Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады
Школьников по физике
10 ноября 2024 г.
8 класс

1. С круизного лайнера, совершающего тур по реке, упал пассажир. Это сразу же заметили спасатели и снарядили моторный катер за время t_0 . Через t_1 после старта катера, горе-туриста нашли и подобрали. Затем, потратив t_2 , катер вернулся на лайнер. Найдите скорость лайнера относительно реки и скорость течения, если известно, что скорость катера в стоячей воде – v .

Возможное решение:

Обозначим $v_{\text{л}}$ – скорость лайнера в стоячей воде.

Перейдем в С.О. реки. Тогда:

$$vt_1 = v_{\text{л}}t_0 \quad (36)$$

*Отсюда уже можно получить ответ, т.к. задача переопределена. Автором задачи предполагалось, что t_1 – неизвестно.

$$v_{\text{л}} = \frac{vt_1}{t_0} \quad *(76)$$

Далее, запишем условие встречи лайнера и катера со спасенным туристом:

$$v \cdot t_2 = v_{\text{л}} \cdot (t_0 + t_1 + t_2) \quad (46)$$

*Отсюда можно получить ответ, т.к. задача переопределена.

$$v_{\text{л}} = v \cdot \frac{t_2}{(t_0 + t_1 + t_2)} \quad *(66)$$

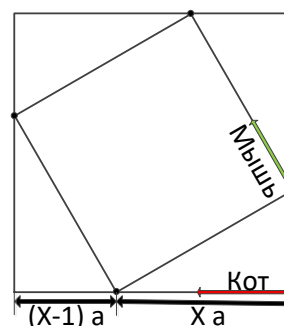
Выразив t_1 и подставив его в условие на встречу, получим окончательный ответ.

$$v_{\text{л}} = \frac{v(t_2 - t_1)}{(t_1 + t_2)} \quad (36)$$

Примечание: Решение задачи без перехода в СО реки при верных выкладках считать полностью верным. В связи с переопределением задачи решения и полученные ответы, помеченные символом “*” считать верными. Из уравнений видно, что нахождение скорости реки не представляется возможным, следовательно при оценке задачи данный вопрос игнорируется.

Условие равенства пройденных расстояний за 1 промежуток	3 балла
*Ответ	*7 баллов
Условие встречи катера и лайнера после спасения	4 балла
*Ответ	*6 баллов
Выражение скорости лайнера и получение ответа	3 балла
*Прим. Оценка задачи ведется ТОЛЬКО по одной ветке решения	
Итог	10 баллов

2. Квадратную комнату, со стороной a , по периметру патрулирует кот с постоянной скоростью по часовой стрелке. Хитрая мышь решила, что если она выроет себе норки на расстоянии $x \cdot a$ ($0 < x < 1$) от углов комнаты, то сможет бегать по квадратной траектории внутри комнаты, начиная от правой стенки и бегая против часовой стрелки и кот ее не сцапает. Где должны располагаться норки, чтобы встреча кота с мышкой происходила ТОЛЬКО у стартовой норки. Какое при этом будет соотношение скоростей?



Возможное решение

$$b = xa$$

$$c = (1 - x)a$$

Есть четыре варианта встречи в разных норках. Для каждого варианта приравняем времена движения мыши и кота.

$$\frac{b}{v} = \frac{3\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \quad (16)$$

$$\frac{2b + c}{v} = \frac{2\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \quad (16)$$

$$\frac{3b + 2c}{v} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \quad (16)$$

$$\frac{4b + 3c}{v} = \frac{4\sqrt{b^2 + c^2}}{u} \quad (26) \rightarrow \frac{v}{u} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{3 + x}{4\sqrt{1 - 2x + 2x^2}} \quad (26)$$

Надо проверить, что при отношении скоростей, соответствующей встрече у четвертой норки, не может произойти встречи у предыдущих норок, т.к. $\frac{v}{u} = \text{const}$

$$\frac{b}{3\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = 9 \quad (16)$$

$$\frac{2b + c}{2\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = 1 \quad (16)$$

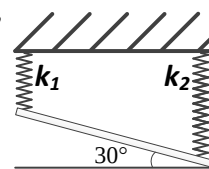
$$\frac{3b + 2c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{4b + 3c}{4\sqrt{b^2 + c^2}} \rightarrow x = -\frac{5}{3} \quad (16)$$

Данные значения x не удовлетворяют условию

Примечание: За отсутствие выражения перемещения мыши в явном виде (Сторона внутреннего квадрата) балл не снижается. При учете возможности преодоления нескольких циклов до финальной встречи балл не снижать.

Условия встречи у второй, третьей и четвертой норки	1 балл за каждое
Условие встречи у первоначальной норки + соотношение скоростей	2+2 балла
Проверка невозможности встречи у других норок	1 балл за каждое
Итого	10 баллов

3. Массивная балка длины l закреплена на две пружины жесткости k_1 и k_2 как показано на рисунке. Пружины имеют равные длины в недеформированном состоянии. Балка образует угол 30° с горизонтом. Какую массу необходимо прикрепить к левому краю балки, чтобы она заняла горизонтальное положение. Пружинки всё время остаются строго вертикальными.



$$\frac{l}{2} k_1 x_1 \cos 30^\circ = \frac{l}{2} k_2 x_2 \cos 30^\circ \quad (16)$$

$$Mg = k_1 x_1 + k_2 x_2 \quad (16)$$

Против угла в 30 градусов лежит катет, равный половине гипотенузы (16)

$$x_2 - x_1 = \frac{l}{2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$x_2 \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \right) = \frac{l}{2} \quad (16)$$

$$x_2 = \frac{k_1 l}{2(k_1 - k_2)}$$

$$x_2 = \frac{k_2 l}{2(k_1 - k_2)}$$

$$Mg = \frac{k_1 k_2 l}{k_1 - k_2} \quad (26)$$

$$(k_1 + k_2)x = mg + Mg \quad (16)$$

$$(k_1 x - mg) \frac{l}{2} = k_2 x \frac{l}{2}$$

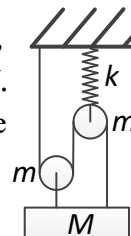
$$x = \frac{mg}{k_1 - k_2}$$

$$(k_1 + k_2) \frac{mg}{k_1 - k_2} = mg + Mg \quad (16)$$

$$m \frac{2k_2}{k_1 - k_2} = M \quad (16)$$

$$m = M \frac{k_1 - k_2}{2k_2} = \frac{k_1 l}{2g} \quad (16)$$

4. На рисунке изображена система из массивных блоков массы m , нерастяжимых и невесомых нитей, пружины жёсткости k и груза массы M . Нить, удерживающую груз справа перерезают. Найдите изменение деформации пружины, если известно, что отрезанный конец веревки крепко застрял в верхнем блоке. Пружинка и нить натянуты всегда строго вертикально.



Возможное решение

До перерезания

$$\begin{aligned} Mg &= T_1 + T_0 \quad (16) \\ T_1 &= 2T_0 - mg \rightarrow 2T_0 - T_1 = mg \quad (16) \\ kx &= 2T_0 + mg \quad (16) \\ kx &= \frac{mg + Mg}{3} + mg \quad (16) \end{aligned}$$

После перерезания

$$\begin{aligned} Mg &= T_1' \quad (16) \\ T_1' &= 2T_0' - mg \quad (16) \\ kx' &= T_0' + mg \quad (16) \\ kx' &= \frac{mg + Mg}{2} + mg \quad (16) \\ (x' - x) &= \frac{(M + m)g}{6k} \quad (26) \end{aligned}$$

5. В цеху смешали два вида нанокompозитных материалов. В первом образце смешали компонент А и компонент Б в равных пропорциях по массе. Во второй смеси – по объему. Оба образца погрузили в резервуар с водой. Определите отношение плавающих над поверхностью частей двух образцов.

Возможное решение

Обозначим α и β – долю, которую составляет плавающая над поверхностью часть, в первом и втором случае соответственно

$$\begin{aligned} (1 - \alpha)(V_1 + V_2)\rho g &= 2mg \quad (16) \\ \rho_1 V_1 &= \rho_2 V_2 \quad (16) \\ (1 - \alpha)V_1 \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_2} \right) \rho g &= 2\rho_1 V_1 g \quad (16) \\ \alpha &= \frac{\rho(\rho_1 + \rho_2) - 2\rho_1 \rho_2}{\rho(\rho_1 + \rho_2)} \quad (26) \\ (1 - \beta)2V\rho g &= (m_1 + m_2)g \quad (16) \\ (1 - \beta)2V\rho g &= V(\rho_1 + \rho_2)g \quad (16) \\ \beta &= \frac{2\rho - (\rho_1 + \rho_2)}{2\rho} \quad (26) \\ \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{2\rho(\rho_1 + \rho_2) - 4\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)(2\rho - (\rho_1 + \rho_2))} \quad (26) \end{aligned}$$