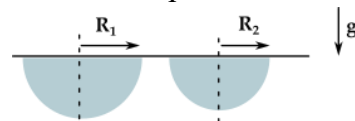


**Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады
Школьников по физике
8 марта 2026 г.
10 класс**

1. На железном карнизе находится капля воды радиуса R_1 на небольшом расстоянии от нее находится вторая капля, которая спустя некоторое время за счет падающей воды, вырастает до радиуса R_2 . Область между каплями считать плоской. Найдите

- 1) Ускорение первой капли в начальный момент времени
- 2) Найдите критический радиус капли, при котором она оторвется от ступеньки



Краевой угол смачиваемости - θ , коэффициент поверхностного натяжения - σ , плотность воды - ρ , ускорение свободного падения - g .

Возможное решение:

В зоне контакта капля мениск между ними имеет радиус кривизны

$$R_{eff} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Лапласово давление в мениске:

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_{eff}} + \frac{1}{r} \right)$$

Из условия небольшого расстояния r стремится к бесконечности, поэтому

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R_{eff}}$$

Площадь зоны контакта можно рассчитать, как площадь круга:

$$S = \pi R_{eff}^2 (\sin \theta)^2$$

Соответственно сила притяжения между каплями

$$F = \Delta P S = \pi \sigma \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\sin \theta)^2$$

Тогда ускорение в начальный момент времени равно

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{3\sigma R_1 R_2 (\sin \theta)^2}{4(R_1 + R_2)(R_1^3 + R_2^3)}$$

Условие отрыва капли от поверхности:

$$M_{крит} g = \frac{4}{3} \pi R_{крит}^3 \rho g = 2\pi \sigma R_{крит} (1 + \cos \theta)$$

$$R_{крит} = \sqrt{\frac{3\sigma(1 + \cos \theta)}{2\rho g}}$$

Критерий	Соотношение	Балл
Записано выражение для эффективного радиуса мениска между каплями	$R_{eff} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	1 балл
Записано Лапласово давление в общем случае	$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_{eff}} + \frac{1}{r} \right)$	1 балл
Записано Лапласово давление в конкретном случае	$\Delta P = \frac{\sigma}{R_{eff}}$	1 балл
Посчитана площадь мениска между каплями	$S = \pi R_{eff}^2 (\sin \theta)^2$	1 балл
Рассчитана сила взаимодействия между каплями	$F = \Delta P S$ $= \pi \sigma \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\sin \theta)^2$	1 балл
Рассчитано ускорение	$a = \frac{3\sigma R_1 R_2 (\sin \theta)^2}{4(R_1 + R_2)(R_1^3 + R_2^3)}$	2 балла
Условие отрыва капли	$M_{крит} g = 2\pi \sigma R_{крит} (1 + \cos \theta)$	2 балла
Получен критический радиус	$R_{крит} = \sqrt{\frac{3\sigma(1 + \cos \theta)}{2\rho g}}$	1 балл

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками находится одноатомный идеальный газ с молярной массой μ . Газ массой m удерживается поршнем массой M , который соединён с дном цилиндра пружиной жёсткостью k . Сверху цилиндр открыт, поэтому на поршень действует атмосферное давление p_a . В начальном равновесном состоянии при температуре T_0 поршень находится на высоте h от дна цилиндра. В этом состоянии пружина растянута на величину x_0 . Известно, что пружина разрывается при растяжении $x_{\max}$. Газ медленно нагревают. Какое количество теплоты Q необходимо сообщить газу, чтобы пружина порвалась? Считать, что всё подведённое тепло передаётся газу без потерь. Растяжения пружины указаны относительно недеформированного состояния.

Возможное решение:

- 1) Запишем начальное состояние поршня. Поскольку он находится в покое:

$$F_{\text{атм}} - F_0 - F_{\text{упр}} = 0$$

Пусть S – площадь поршня. Следовательно:

$$p_0 S - p_a S - Mg - kx_0$$

Уравнение состояния газа в начальном состоянии (объём $V_0 = Sh$)

$$p_0 \cdot Sh = \frac{m}{\mu} RT_0$$

- 2) Конечное состояние (перед разрывом пружины):

$$p_2 S = p_a S + Mg + kx_{\max}$$

Уравнение состояния газа в конечном состоянии:

$$p_2 \cdot SH_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$$

где $H_2 = h + (x_{\max} - x_0) = h + \Delta x$

- 3) Определение конечной температуры (перед разрывом пружины)

Из (1) выразим p_0 :

$$p_a S = p_0 S - Mg - kx_0$$

Подставим p_0 из уравнения состояния газа:

$$p_a S = \frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0$$

Подставим в $p_2 S$ в (2)

$$p_2 S = \left(\frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0 \right) + Mg + kx_{\max}$$

Упростим: $p_2 S = \frac{mRT_0}{\mu h} + k(x_{\max} - x_0) = \frac{mRT_0}{\mu h} + k\Delta x$

Применяя уравнение состояния газа в (2) получим:

$$\left(\frac{mRT_0}{\mu h} + k\Delta x \right) (h + \Delta x) = \frac{m}{\mu} RT_2$$

Тогда: $\boxed{T_2 = \left(\frac{T_0}{h} + \frac{k\Delta x \mu}{mR} \right) (h + \Delta x)}$

4) Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

где ΔU - изменение внутренней энергии, A - работа газа против внешних сил.

4.1) Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{кр}} - T_0) = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R (T_{\text{кр}} - T_0)$$

4.2) Работа газа:

Газ совершает работу против трёх внешних сил. Таким образом, полная работа газа:

$$A = p_a S \cdot \Delta x + Mg \cdot \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2)$$

Подставим выражение для атмосферного давления:

$$A = \left(\frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0 \right) \Delta x + Mg \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2)$$

Слагаемые с Mg сокращаются, итог:

$$A = \frac{mRT_0}{\mu h} \Delta x - kx_0 \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2)$$

5) Поиск Q :

$$Q = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R (T_{\text{кр}} - T_0) + \frac{mRT_0}{\mu h} \Delta x - kx_0 \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2)$$

Изменение температуры, используя (3):

$$T_{\text{кр}} - T_0 = \frac{T_0 \Delta x}{h} + \frac{k \Delta x \mu}{mR} (h + \Delta x)$$

Итого:

$$Q = \underbrace{\left(\frac{3}{2} \frac{mRT_0 \Delta x}{\mu h} + \frac{3}{2} k \Delta x (h + \Delta x) \right)}_{\Delta U} + \underbrace{\left(\frac{mRT_0}{\mu h} \Delta x - kx_0 \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2) \right)}_A$$

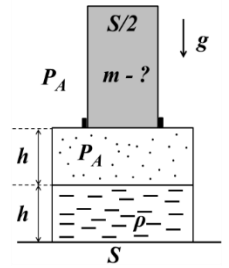
6) Окончательный ответ:

$$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{mRT_0 \Delta x}{\mu h} + k \left[\frac{3}{2} \Delta x (h + \Delta x) - x_0 \Delta x + \frac{1}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2) \right]$$

Где $\Delta x = x_{\text{max}} - x_0$

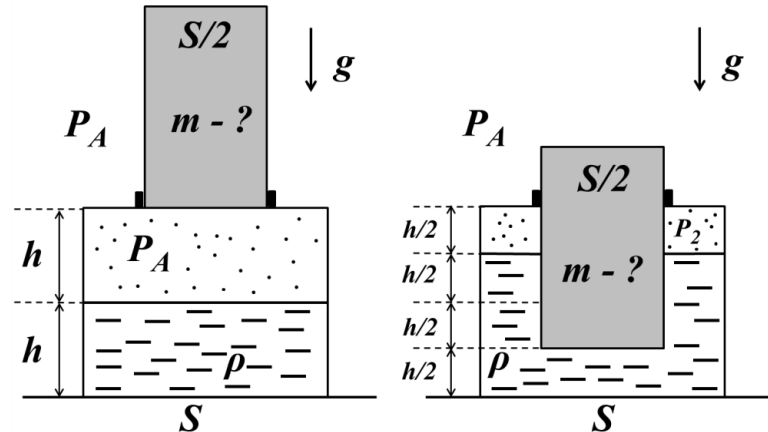
Критерий	Соотношение	Балл
Верно записаны условия равновесия поршня	$\begin{aligned} p_0 S - p_a S - Mg - kx_0 \\ p_2 S - p_a S - Mg - kx_{\text{max}} \end{aligned}$	1 балл
Уравнение Менделеева-Клапейрона для обоих случаев	$\begin{aligned} p_0 \cdot Sh &= \frac{m}{\mu} RT_0 \\ p_2 \cdot S(h + \Delta x) &= \frac{m}{\mu} RT_2 \end{aligned}$	2 балла
Найдена внутренняя энергия газа	$U = \frac{3}{2} \frac{mRT_0 \Delta x}{\mu h} + \frac{3}{2} k \Delta x (h + \Delta x)$	2 балла
Найдена работа газа	$A = \frac{mRT_0}{\mu h} \Delta x - kx_0 \Delta x + \frac{k}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2)$	2 балла
Найдено количество теплоты	$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{mRT_0 \Delta x}{\mu h} + k \left[\frac{3}{2} \Delta x (h + \Delta x) - x_0 \Delta x + \frac{1}{2} (x_{\text{max}}^2 - x_0^2) \right]$	3 балла

3. Цилиндрический сосуд с площадью дна S и высотой $2h$ наполовину заполнен водой плотности ρ . В верхней части сосуда находится воздух при атмосферном давлении P_A . В сосуде имеется цилиндрическое отверстие с площадью $S/2$, которое в начальный момент времени герметично закрыто однородным поршнем, как показано на рисунке. Поршень отпускают, и он движется вниз. Поршень останавливается в тот момент, когда нижний торец поршня находится на расстоянии $h/2$ от дна сосуда. Найдите массу поршня. Трение между поршнем и отверстием отсутствует. Воздух из сосуда не выходит. Температура воздуха постоянна. Внешнее атмосферное давление равно P_A . Ускорение свободного падения g .



Возможное решение

Представим рисунок с изображением начальной и конечной ситуации:



По условию задачи, давление воздуха внутри сосуда в начальном состоянии равно атмосферному давлению:

$$P_1 = P_A$$

Начальный объём воздуха в сосуде равен:

$$V_1 = h \cdot S$$

При движении поршня воздух будет сжиматься. Давление воздуха внутри сосуда в конечном состоянии обозначим буквой P_2 . Температура воздуха постоянна, поэтому выполняется закон Бойля-Мариотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Буквой V_2 обозначен объём воздуха внутри сосуда в конечном состоянии.

Из условия задачи следует выражение для объёма поршня внутри сосуда в конечном состоянии:

$$V_{\text{поршня в сосуде}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{3h}{2}$$

Запишем объём воды в сосуде для начального состояния:

$$V_{\text{воды}} = S \cdot h$$

Вода несжимаема, поэтому объём воды в конечном состоянии такой же, как и в начальном состоянии.

Объём $V_{\text{сосуда}}$ постоянен и равен:

$$V_{\text{сосуда}} = S \cdot 2h$$

Вычислим объём воздуха внутри сосуда в конечном состоянии:

$$V_2 = V_{\text{сосуда}} - V_{\text{поршня в сосуде}} - V_{\text{воды}}$$

$$V_2 = S \cdot 2h - \frac{S}{2} \cdot \frac{3h}{2} - S \cdot h = \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$$

Из закона Бойля-Мариотта для воздуха внутри сосуда следует равенство:

$$P_1 \cdot S \cdot h = P_2 \cdot \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$$

$$P_2 = 4 \cdot P_1 = 4 \cdot P_A$$

Уровень воды внутри сосуда в конечном состоянии будет выше, чем в начальном состоянии.

Поршень, заняв конечное положение, вытеснит следующий объём воды:

$$V_{\text{вытеснен}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{h}{2}$$

Этот вытесненный объём воды распределится в пространстве между поршнем и стенками сосуда.

В конечном состоянии расстояние по вертикали между уровнем воды внутри сосуда и нижним торцом поршня будет равно h . Воздух внутри сосуда, по закону Паскаля, будет передаваться в каждую точку воды, складываясь с собственным гидростатическим давлением воды в поле тяжести. Тогда суммарное давление воды на нижний торец поршня составит:

$$p_{\text{низ}} = P_2 + \rho gh = 4 \cdot P_A + \rho gh$$

Внешнее атмосферное давление окружающего воздуха на верхний торец цилиндра равно:

$$p_{\text{верх}} = P_A$$

Сформулируем условие равновесия поршня в форме второго закона Ньютона:

$$mg + p_{\text{верх}} \cdot \frac{S}{2} = p_{\text{низ}} \cdot \frac{S}{2}$$

Выполним преобразования условия равновесия поршня:

$$m = (p_{\text{низ}} - p_{\text{верх}}) \cdot \frac{S}{2g}$$

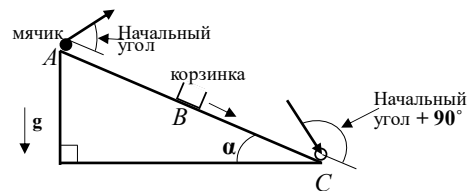
$$m = (4 \cdot P_A + \rho gh - P_A) \cdot \frac{S}{2g}$$

Запишем ответ:

$$m = \frac{\rho h S}{2} + \frac{3 P_A S}{2g}$$

Критерий	Соотношение	Балл
Закон Бойля-Мариотта для воздуха	$P_1 V_1 = P_2 V_2$	1 балл
Объём воздуха в начальном состоянии	$V_1 = h \cdot S$	1 балл
Объём воздуха в конечном состоянии	$V_2 = \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$	1 балл
Давление воздуха в конечном состоянии	$P_2 = 4 \cdot P_A$	1 балл
Давление воды на нижний торец поршня	$p_{\text{низ}} = 4 \cdot P_A + \rho gh$	2 балла
Условие равновесия поршня	$mg + P_A \cdot \frac{S}{2} = p_{\text{низ}} \cdot \frac{S}{2}$	2 балла
Ответ	$m = \frac{\rho h S}{2} + \frac{3 P_A S}{2g}$	2 балла

4. Из точки A бросают мячик под некоторым начальным углом к плоскости горки (смотрите рисунок). Одновременно с этим, с горки из точки B из состояния покоя съезжает корзинка. Трение между горкой и корзинкой отсутствует. Оказалось, что скорость мячика в точке C направлена к плоскости горки под углом, величина которого на 90° превышает величину начального угла. Какой должен быть угол α наклона горки к горизонту, чтобы мячик попал в корзинку в тот момент времени, когда корзинка окажется в точке C ? Считайте, что $AB = BC$. Сопротивления воздуха нет. Мячик и корзинка движутся в поле тяжести g , направленным вертикально вниз. Мячик и корзинку считайте материальными точками.



Возможное решение

Пусть скорость мячика в точке A : $\vec{v}_A$, а в точке C : $\vec{v}_C$. Тогда из условия задачи вектора этих скоростей перпендикулярны: $\vec{v}_A \perp \vec{v}_C$. Это можно увидеть, например, мысленно продолжив вектора скоростей до пересечения. Следовательно их скалярное произведение равно нулю:

$$\vec{v}_A \cdot \vec{v}_C = 0.$$

Пусть время полета мячика от точки A до точки C равно T . За это же время корзинка съехала вниз из точки B в точку C . Тогда для равноускоренного движения мячика справедливо:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{g}T.$$

Подставим его в скалярное произведение:

$$0 = \vec{v}_A \cdot \vec{v}_C = \vec{v}_A \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T).$$

Найдем квадрат модуля перемещения мячика $\vec{AC}$:

$$|\vec{AC}|^2 = \left(\vec{v}_A T + \frac{\vec{g}T^2}{2} \right)^2 = v_A^2 T^2 + \vec{v}_A \cdot \vec{g}T^3 + \frac{g^2 T^4}{4} = T^2 \vec{v}_A \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T) + \frac{g^2 T^4}{4} = \frac{g^2 T^4}{4}$$

Последнее равенство справедливо в силу ранее показанного $\vec{v}_A \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T) = 0$.

Таким образом, модуль перемещение мячика составляет $|\vec{AC}| = \frac{gT^2}{2}$.

Для корзинки очевидно соотношение: $|\vec{BC}| = \frac{aT^2}{2} = \frac{g \sin \alpha T^2}{2}$.

Из условия $AB = BC$ имеем: $\frac{1}{2} \frac{gT^2}{2} = \frac{g \sin \alpha T^2}{2}$, откуда $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, а значит $\alpha = 30^\circ$.

Критерий	Соотношение	Балл
Замечена перпендикулярность векторов скоростей	$\vec{v}_A \perp \vec{v}_C$	1 балл
Получен вывод из равенства нулю скалярного произведения	$0 = \vec{v}_A \cdot \vec{v}_C = \vec{v}_A \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T)$	2 балла
Посчитано $ \vec{AC} $	$ \vec{AC} = \frac{gT^2}{2}$	4 балла
Соотношение для корзинки	$ \vec{BC} = \frac{aT^2}{2} = \frac{g \sin \alpha T^2}{2}$	2 балла
Ответ	$\alpha = 30^\circ$	1 балл

5. Чему равен э.д.с. батарейки, если при подключении вольтметра он показывает $U_1 = 1.55 \text{ В}$, а при измерении тем же способом вольтметром, имеющим в 10 раз большее внутреннее сопротивление, показания становятся равными $U_2 = 1.61 \text{ В}$.

Возможное решение

Неравные показания приборов позволяют сделать вывод, что батарейка неидеальна, а значит присутствует r – внутреннее сопротивление батарейки. Тогда, запишем закон Ома для полной цепи для двух случаев:

$$\varepsilon = I_1 r + U_1$$

$$\varepsilon = I_2 r + U_2$$

Зная, что сопротивления вольтметров отличаются в 10 раз, можем записать связь силы тока и напряжения на вольтметре:

$$U_1 = I_1 R$$

$$U_2 = I_2 10R$$

Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{10I_2}$$

Разделим первое уравнение на второе с перемещением напряжения на вольтметрах в левую часть:

$$\frac{\varepsilon - U_1}{\varepsilon - U_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{10U_1}{U_2}$$

Подставив числовые значения, получим, что

$$\varepsilon \approx 1.617 \text{ В}$$

Критерий	Соотношение	Балл
Закон Ома для полной цепи для двух случаев	$\varepsilon = I_1 r + U_1$ $\varepsilon = I_2 r + U_2$	2+2 балла
Отношения сил тока и напряжений на вольтметре	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{10I_2}$	3 балла
Нахождение частного уравнений с подстановкой	$\frac{\varepsilon - U_1}{\varepsilon - U_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{10U_1}{U_2}$	1 балла
Ответ	$\varepsilon \approx 1.617 \text{ В}$	2 балл