

**Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады  
Школьников по физике  
9 ноября 2025 г.  
10 класс**

1. В центре равностороннего треугольного стола со стороной  $a$  лежит диск радиуса  $R$ . Его запускают параллельно одной из сторон со скоростью  $v$ . Удары о бортики стола абсолютно упругие, трения нет. Найти время между первым и вторым ударом.

Возможное решение:

Так как диск имеет радиус  $R$ , то его центр не может приблизиться к стороне стола ближе, чем на  $R$ . Поэтому эффективная область движения центра диска — это внутренний треугольник, стороны которого параллельны сторонам стола и отстоят от них на расстояние  $R$ . Зададим систему координат: ось  $X$  параллельна одной из сторон, ось  $Y$  перпендикулярна ей.

В этой системе координат

$$X(t) = a/2 + Vt$$

$$Y(t) = \frac{a\sqrt{3}}{6} - \text{выводится из формулы высоты равностороннего треугольника.}$$

Правая граница эффективного треугольника в этой системе координат будет иметь уравнение:

$$a\sqrt{3} - y - \sqrt{3}x = 2R$$

Подставляем  $Y$  в уравнение

Получаем координаты точки пересечения  $X_1$ :

$$X_1 = \frac{5a}{6} - \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Соответственно, расстояние от центра до точки удара:

$$L = X_1 - \frac{a}{2} = \frac{a}{3} - \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Таким образом, время до первого удара:  $T_1 = L/V$

После упругого удара о стенку скорость становится следующей:

$$V^* = \left(-\frac{V}{2}, -\frac{V\sqrt{3}}{2}\right)$$

Траектория движения после удара:

$$\begin{aligned} x(t) &= X_1 - \frac{V}{2}t \\ y(t) &= \frac{a\sqrt{3}}{6} - \frac{V\sqrt{3}}{2}t \end{aligned}$$

Второй удар приходится о нижнюю грань  $y = R$ , решаем уравнение:

$$\frac{a\sqrt{3}}{6} - \frac{V\sqrt{3}}{2}t = R$$

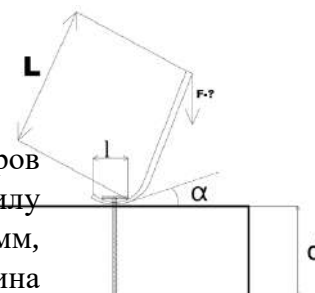
Откуда время между первым и вторым ударами:

$$T = \frac{1}{V} \left( \frac{a}{3} - \frac{2R}{\sqrt{3}} \right)$$

Критерии:

| К | Этапы решения                                                             | Соотношение                                           | Балл   |
|---|---------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--------|
| 1 | Указано, что движение диска ограничено «эффективным треугольником»        |                                                       | 1      |
| 2 | Найдены из геометрии координаты начального положения и уравнения движения | $X(t) = a/2 + Vt$<br>$Y(t) = \frac{a\sqrt{3}}{6}$     | 1<br>1 |
| 3 | Найдена координата попадания на правую стенку                             | $X_1 = \frac{5a}{6} - \frac{2R}{\sqrt{3}}$            | 2      |
| 4 | Найдены скорости по X и Y после удара                                     | $V^*$<br>$= (-\frac{V}{2}, -\frac{V\sqrt{3}}{2})$     | 1      |
| 5 | Найдено условие столкновения с нижней стенкой                             | $\frac{a\sqrt{3}}{6} - \frac{V\sqrt{3}}{2}t$<br>$= R$ | 2      |
| 6 | Получено время между 1-м и 2-м ударами                                    | $T = \frac{1}{V}(\frac{a}{3} - \frac{2R}{\sqrt{3}})$  | 2      |

2. Гвоздь длиной  $h = 200$  мм забивают в брус при помощи  $N = 12$  ударов молотка, массой  $m = 0,5$  кг и скоростью при ударе  $v = 7$  м/с. Какую силу нужно приложить вертикально вниз к гвоздодеру длины  $L = 500$  мм, установленному под углом  $\alpha = 30^\circ$ , чтобы вытащить гвоздь, если длина пятки (расстояние от места зацепа до упора) гвоздодера  $l = 100$  мм?



Возможное решение:

$$F_{cp}d = \frac{NmV^2}{2} (2) = \frac{F_{max}}{2}d(3)$$

$$F_{max} = \frac{NmV^2}{d} (3)$$

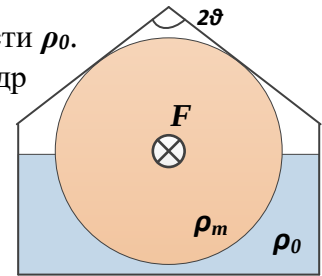
$$FL\cos\alpha = F_{max}l(2)$$

$$F = \frac{NmV^2}{dL\cos\alpha}l (2)$$

Критерии:

| К | Этапы решения            | Соотношение | Балл |
|---|--------------------------|-------------|------|
| 1 | Выражение для ср. силы   |             | 3    |
| 2 | Выражение для макс. силы |             | 3    |
| 3 | Правило моментов         |             | 2    |
| 4 | Ответ                    |             | 2    |

3. Деревянный цилиндр радиуса  $R$  и плотности  $\rho_m$  всплывает в воде плотности  $\rho_0$ . Сверху находится треугольная крышка с углом  $2\theta$  при вершине. Цилиндр погружен в воду наполовину. С задней стороны на цилиндр действует горизонтальная сила  $F$ . Найдите минимальный коэффициент трения  $\mu_{min}$  между цилиндром и крышкой, при котором он ещё удерживается (не проскальзывает).



Возможное решение

Направим ось  $Z$  вдоль оси силы  $F$ , а ось  $Y$  вдоль силы Архимеда.

В проекции на  $OZ$ :

$$F - 2F_{\text{тр}} = 0$$

В проекции на  $OY$ :

$$Fa - 2N \cdot \cos(90 - \theta) - mg = 0 \quad (*)$$

Сила Архимеда (Тело погружено наполовину):

$$Fa = \frac{1}{2} \rho_0 g V$$

Сила трения:  $F_{\text{тр}} = \mu N$

Объем цилиндра:  $V = \pi R^2 h$

Выразим силу реакции опоры из соотношения \*:

$$N = \frac{Fa - mg}{2 \sin \theta}$$

Подставим её в формулу силы трения, а затем в проекцию на  $OZ$ :

$$F = \frac{2\mu \cdot (Fa - mg)}{2 \sin \theta} = \frac{\mu \cdot \left( \frac{1}{2} \rho_0 g V - \rho V g \right)}{\sin \theta} = \frac{\mu g V \cdot \left( \frac{1}{2} \rho_0 - \rho \right)}{\sin \theta}$$

Тогда коэф.трения:

$$\mu = \frac{F \sin \theta}{\pi R^2 h g \left( \frac{1}{2} \rho_0 - \rho \right)} = \frac{2F \sin \theta}{\pi R^2 h g (\rho_0 - 2\rho)}$$

Критерии:

| Критерий                                        | Балл    |
|-------------------------------------------------|---------|
| Второй закон Ньютона в проекцию на каждую ОСЬ   | 2 балла |
| Найдена сила реакции опоры, а также сила трения | 2 балла |
| Найдена сила Архимеда, действующая на цилиндр   | 1 балла |
| Найдена масса цилиндра                          | 2 балла |
| Получен коэф.трения                             | 3 балла |

4. Имеется сосуд с водой объемом  $V$ . В воде плавает легкий тонкостенный шарик с дырочкой в верхней части, наполненный удивительной жидкостью плотности  $\rho_{ж}$ . Шарик погружен в воду ( $\rho_0$ ) на глубину  $H$ . Воду начинают подогревать мощностью  $P$ . Удельные теплоемкости жидкостей  $C_{ж}$  и  $C_0$  соответственно. Через время  $t$  часть удивительной жидкости выпарилась. Найти зависимость глубины погружения шарика  $h$  от времени, если удельная теплота парообразования удивительной жидкости  $L_{ж}$ .

#### Возможное решение

Запишем закон сохранения энергии:

$$Pt = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Pt = C_{ж}M_{ж}dT + C_0\rho_0VdT + L_{ж}dM$$

Условие равновесия в начальный момент времени:

$$M_{ж}g = \rho_0gV(h), V(H) - \text{объем погруженной части конуса}$$

$$V(h) = \frac{1}{3}\pi R^2h, \text{ где } R = H \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi H^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$$

$$M_{ж} = \rho_0 \frac{1}{3}\pi H^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$$

После того, как часть жидкости испарилась, соотношение на равновесие изменилось:

$$M_{ж} - dM = \rho_0 \cdot \frac{1}{3}\pi h^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$$

$$h^3 = \frac{3(M_{ж} - dM)}{\rho_0 \pi \operatorname{tg}^2(\alpha)}$$

$$dM = \frac{Pt - (C_{ж}M_{ж} + C_0\rho_0V)dT}{L_{ж}}$$

Осталось подставить одно в другое и получить зависимость  $h(t)$ .

Принципиальная зависимость такая: сначала высота не меняется (так как масса не изменяется). Затем падает как корень третьей степени из  $t$ . Комментарий: нагрев жидкости на высоту не влияет, а значит начальная точка для зависимости может быть выбрана свободна. Интересующий процесс начинается с момента кипения жидкости.

#### Критерии

| К | Этап решения                                                                                                                                                  | Соотношение                                                                                                                | Балл   |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1 | Закон сохранения энергии                                                                                                                                      | $Pt = Q_1 + Q_2 + Q_3$                                                                                                     | 1      |
| 2 | Зависимость объема погруженной части от глубины погружения конуса                                                                                             | $V = \frac{1}{3}\pi H^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$                                                                      | 2      |
| 3 | Условие равновесия в начале                                                                                                                                   | $M_{ж}g = \rho_0g \frac{1}{3}\pi H^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$                                                         | 2      |
| 4 | Условие равновесия в промежуточный момент после начала кипения и выражаем $h(dM)$                                                                             | $(M_{ж} - dM)g = \rho_0g \frac{1}{3}\pi h^3(\operatorname{tg}(\alpha))^2$                                                  | 3      |
| 5 | Указано, что для принципиальной зависимости не так важно, насколько долго оно нагревалось (предусмотрено вольное определение начала отсчета). Получено $h(t)$ | $h^3 = \frac{3(M_{ж} - dM)}{\rho_0 \pi \operatorname{tg}^2(\alpha)}$ $dM = \frac{Pt - (C_{ж}M_{ж} + C_0\rho_0V)dT}{L_{ж}}$ | 1<br>1 |

5. Карусель радиусом  $R$  вращается против часовой стрелки (если смотреть сверху) с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . На краю карусели стоит человек, держащий в руках мяч. В момент, когда человек направлен на север, он бросает мяч под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v$  относительно карусели по касательной в направлении её движения. Найдите расстояние от центра карусели до точки падения мяча на землю и угол, под которым мяч упадет на землю относительно северного направления. Сопротивлением воздуха пренебречь.

### Возможное решение

Поместим начало координат в центр карусели. Ось  $Oy$  направим на север, ось  $Ox$  — на восток. Карусель вращается против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ .

В момент броска  $t = 0$  человек находится в точке с координатами:

$$x_0 = 0, y_0 = R.$$

1. Определим начальные скорости мяча:

**\*\*2. Начальная скорость мяча в инерциальной системе отсчёта\*\***

Мяч брошен относительно карусели со скоростью  $v_{\text{отн}}$ , направленной по касательной к карусели (на восток) под углом  $\alpha$  к горизонту:

$$v_{\text{отн}} = (v \cos \alpha, 0, v \sin \alpha).$$

Составляющие скорости броска:

$$v_y = v \sin \alpha$$

$$v_x = v \cos \alpha.$$

Скорость человека на карусели:

$$v_{\text{кар}} = \omega R$$

Полная горизонтальная скорость относительно земли:

$$v_0 = v_x + v_{\text{кар}} = v \cos \alpha + \omega R$$

2. Время полета мяча

$$y(t) = v_y t - \frac{gt^2}{2}$$

Когда мяч достигнет земли, ( $y(t) = 0$ ):

$$t = \frac{2v_y}{g} = \frac{2v \sin \alpha}{g}$$

3. Горизонтальное смещение мяча:

$$x = v_0 t = (v \cos \alpha + \omega R) \cdot \frac{2v \sin \alpha}{g}$$

$$x = \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + \frac{2v \sin \alpha \cdot \omega R}{g}$$

4. Расстояние от центра карусели до точки падения:

Пусть:  $d$  - расстояние от центра карусели до точки падения мяча:

$$d = \sqrt{R^2 + x^2} = \sqrt{R^2 + \left( \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + \frac{2v \sin \alpha \cdot \omega R}{g} \right)^2}$$

5. Угол падения мяча относительно северного направления:

$$tg\theta = \frac{x}{R} = \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha + 2v \sin \alpha \cdot \omega R}{gR}$$

Тогда угол:

$$\theta = \arctan \left( \frac{v^2 \sin 2\alpha + 2v \sin \alpha \cdot \omega R}{gR} \right)$$

### Критерии

| Критерий                            | Соотношение                                                                                                                                 | Балл    |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Скорость карусели и скорость мяча   | $v_y = v \sin \alpha$ $v_x = v \cos \alpha.$ $v_{\text{кар}} = -\omega R$                                                                   | 2 балла |
| Полная горизонтальная скорость мяча | $v_0 = v_x + v_{\text{кар}} = v \cos \alpha - \omega R$                                                                                     | 1 балл  |
| Время полета                        | $t = \frac{2v \sin \alpha}{g}$                                                                                                              | 1 балла |
| Горизонтальное смещение             | $x = \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} - \frac{2v \sin \alpha \cdot \omega R}{g}$                                                      | 1 балла |
| Радиус вектор до точки падения      | $d = \sqrt{R^2 + x^2} =$ $= \sqrt{R^2 + \left( \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} - \frac{2v \sin \alpha \cdot \omega R}{g} \right)^2}$ | 2 балла |
| Угол падения мяча                   | $tg\theta = \frac{x}{R}$                                                                                                                    | 1 балл  |
| Значение угла                       | $\theta = \arctan \left( \frac{v^2 \sin 2\alpha - 2v \sin \alpha \cdot \omega R}{gR} \right)$                                               | 2 балла |