

**Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады
Школьников по физике
9 ноября 2025 г.
11 класс**

1. Охотник поднимается на воздушном шаре с постоянной скоростью v_0 вертикально вверх. На высоте h он видит утку, летящую горизонтально со скоростью u на расстоянии L по горизонтали от шара. В момент, когда утка находится на уровне охотника, он стреляет из ружья в утку под углом α к горизонту. Начальная скорость пули v . Сопротивлением воздуха пренебречь. Найти угол α , при котором пуля поразит утку, и время полёта пули до цели.

Возможное решение:

Выберем направление движения утки (от нас или к нам).

1. Координаты утки:

Пусть момент выстрела ($t = 0$).

Утка движется горизонтально:

$$x_{yt}(t) = L \pm ut, \quad y_{yt}(t) = h$$

2. Движение пули

Начальная скорость пули в неподвижной системе отсчёта:

$$v_x = v \cos \alpha, \quad v_y = v \sin \alpha + v_0$$

Координаты пули:

$$x_{\text{п}}(t) = v \cos \alpha \cdot t$$

$$y_{\text{п}}(t) = h + (v \sin \alpha + v_0)t - \frac{gt^2}{2}$$

3. Условие попадания:

$$x_{\text{п}}(t) = x_{yt}(t), \quad y_{\text{п}}(t) = y_{yt}(t)$$

По горизонтали:

$$v \cos \alpha \cdot t = L \pm ut. \Rightarrow t = \frac{L}{v \cos \alpha \mp u}$$

По вертикали:

$$h + (v \sin \alpha + v_0)t - \frac{gt^2}{2} = h$$

$$(v \sin \alpha + v_0) \cdot \frac{L}{v \cos \alpha \mp u} - \frac{g}{2} \left(\frac{L}{v \cos \alpha \mp u} \right)^2 = 0.$$

4. Находим угол:

$$(v \sin \alpha + v_0)L - \frac{gL^2}{2(v \cos \alpha \mp u)} = 0$$

$$v \sin \alpha + v_0 = \frac{gL}{2(v \cos \alpha \mp u)}.$$

Возводим в квадрат и используем $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$:

$$v^2 - v^2 \cos^2 \alpha = \left(\frac{gL}{2(v \cos \alpha \mp u)} - v_0 \right)^2$$

Это уравнение решается относительно $(\cos \alpha)$. После нахождения $(\cos \alpha)$ находим:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{gL}{2(v \cos \alpha \mp u)} - v_0}{v}$$

$$2(v \sin \alpha + v_0)(v \cos \alpha \mp u) = gL$$

Для разрешения задачи положим, что скорость пули гораздо больше скорости утки, а также скорости подъема шара:

$$2v \sin \alpha \quad v \cos \alpha = gL$$

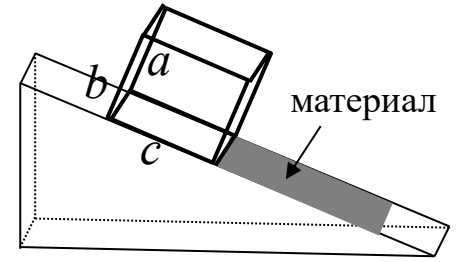
$$2v \sin \alpha \quad v \cos \alpha = gL$$

$$v^2 \sin 2\alpha = gL$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{gL}{v^2}\right)$$

Критерий	Соотношение	Балл
Уравнение координаты на каждый объект	$x_{\text{п}}(t) = v \cos \alpha \cdot t$ $y_{\text{п}}(t) = h + (v \sin \alpha + v_0)t - \frac{gt^2}{2}$ $x_{\text{ут}}(t) = L \pm ut, \quad y_{\text{ут}}(t) = h$	3 балла
Условие попадания	$x_{\text{п}}(t) = x_{\text{ут}}(t), \quad y_{\text{п}}(t) = y_{\text{ут}}(t)$	1 балл
Найдено время	$t = \frac{L}{v \cos \alpha \mp u}$	2 балл
Получено конечное выражение	$(v \sin \alpha + v_0)(v \cos \alpha \mp u) = gL$	3 балла
После получения выражения, сделано пренебрежение и найден угол.	$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2gL}{v^2}\right)$	1 балла

2. Проводят эксперимент по определению коэффициента трения бруска размером $a \times b \times c$ об некоторый материал. Соорудили очень гладкую наклонную плоскость с углом наклона α , на нижнюю часть которой наклеили тонкую полоску материала (см. рис). Брусок устанавливают у самого начала полоски материала. Затем брусок отпускают без начальной скорости. Оказалось, что брусок соскользнул по этой плоскости до полной остановки за время t , причем его смещение относительно начального положения не превысило $4c/5$. Чему равен коэффициент трения μ ?



Возможное решение.

Второй закон Ньютона для бруска в проекциях на оси вдоль плоскости и перпендикулярно ей:

$$ma = -F_{\text{тр}} \frac{x}{c} + mg \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

Тут учтено, что в момент движения часть бруска еще находится на гладкой плоскости (трения там нет), а часть бруска x/c уже на шероховатом материале. Габариты a и b в данной задаче ни на что не влияют. Обозначения стандартные для наклонной плоскости.

Для силы трения справедливо $F_{\text{тр}} = \mu N$, т.к. известно, что брусок двигался.

Объединяем три уравнения в одно:

$$a = -\mu g \cos \alpha \frac{x}{c} + g \sin \alpha$$

Получено стандартное уравнение гармонических колебаний со смещенным положением равновесия. Отсюда «частота» наших колебаний:

$$\omega^2 = \frac{\mu g}{c} \cos \alpha$$

Отметим, что слагаемое $g \sin \alpha$ не влияет на частоту!

С точки зрения задачи, с учетом, что брусок сместился за все время движения менее, чем на $4c/5$, время до полной остановки есть половина периода колебаний T (покой -> разгон -> максимальная скорость -> торможение -> остановка):

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2\omega} = \pi \sqrt{\frac{c}{\mu g \cos \alpha}}$$

Отсюда определим искомый коэффициент трения:

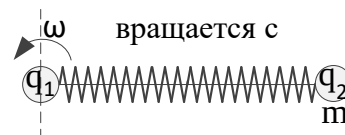
$$\mu = \pi^2 \frac{c}{t^2 g \cos \alpha}$$

Критерии

№	Этапы решения	Соотношения	балл
1	Второй закон Ньютона и соотношение на силу трения (с обоснованием, что тело движется!)	$ma = -F_{\text{тр}} \frac{x}{c} + mg \sin \alpha$ $N = mg \cos \alpha$ $F_{\text{тр}} = \mu N$	3
2	Выражено ускорение	$a = -\mu g \cos \alpha \frac{x}{c} + g \sin \alpha$	2
3	Замечено уравнение колебаний		1
4	Получена угловая частота (период)	$\omega^2 = \frac{\mu g}{c} \cos \alpha$	1
5	Посчитано время движения через параметры задачи	$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2\omega} = \pi \sqrt{\frac{c}{\mu g \cos \alpha}}$	2
6	Выражен коэффициент трения	$\mu = \pi^2 \frac{c}{t^2 g \cos \alpha}$	1

Примечание: при наличии уравнения $F_{\text{тр}} = \mu N$ без указания его справедливости (тело движется) – оценка за первый этап решения снижается на 1 балл.

3. Система зарядов q_1 и q_2 , связанных нитью и пружиной жесткости k , частотой ω . Нить рвется. На какое максимальное расстояние разлетятся заряды? Каким будет минимальное расстояние?



Возможное решение:

Запишем ЗСЭ для данной системы:

$$\frac{Kq_1q_2}{l} + \frac{ml^2\omega^2}{2} = \frac{Kq_1q_2}{l + \Delta l} + \frac{k\Delta l^2}{2}$$

Проведем преобразование кулоновских слагаемых:

$$\frac{Kq_1q_2}{l} - \frac{Kq_1q_2}{l + \Delta l} = \frac{Kq_1q_2\Delta l}{l + \Delta l} \approx \frac{Kq_1q_2\Delta l}{l}$$

Отсюда имеем квадратное уравнение:

$$\Delta l^2 - \frac{2Kq_1q_2\Delta l}{kl} - \frac{ml^2\omega^2}{K} = 0$$

Решением будет:

$$\Delta l = \frac{Kq_1q_2 + \sqrt{(Kq_1q_2)^2 + ml^4\omega^2K}}{kl}$$

Знак “+” – отбор корней.

Решая аналогичное уравнение с преобразованием

$$\frac{Kq_1q_2}{l} - \frac{Kq_1q_2}{l - \Delta l} = \frac{-Kq_1q_2\Delta l}{l - \Delta l} \approx \frac{-Kq_1q_2\Delta l}{l}$$

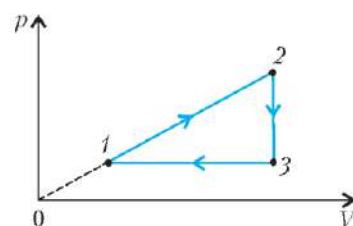
Решением будет:

$$\Delta l = \frac{-Kq_1q_2 + \sqrt{(Kq_1q_2)^2 + ml^4\omega^2K}}{kl}$$

Критерии:

№	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Запись ЗСЭ	$\frac{Kq_1q_2}{l} + \frac{ml^2\omega^2}{2} = \frac{Kq_1q_2}{l + \Delta l} + \frac{k\Delta l^2}{2}$	3
2	Преобразование слагаемых	$\frac{Kq_1q_2\Delta l}{l}$	1
3	Решение уравнения		3
4	Ответ		2
5	Аналогичные рассуждения для min		1
6	Ответ		

4. Найдите КПД изображенного на рисунке цикла, если известно, что максимальная абсолютная температура газа в данном цикле больше минимальной в 4 раза. Газ одноатомный.

Возможное решение:

Найдем теперь КПД данного цикла η . Работа газа за цикл равна:

$$A = \frac{1}{2}(V_3 - V_1)(p_2 - p_3) = \frac{1}{2}(vRT_2 - vRT_3 - vRT_1) = \frac{vRT_1}{2}$$

Очевидно, что к газу подводится тепло только на участке 1–2, поэтому

$$Q = A_{12} + \Delta U = (A + p_1(V_3 - V_1)) + \frac{3}{2}(vRT_2 - vRT_1) = 6vRT_1$$

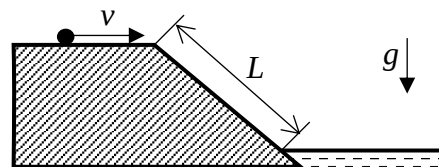
Окончательно

$$\eta = \frac{0.5vRT_1}{6vRT_1} = \frac{1}{12}$$

Критерии:

№	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Работа за цикл	$A = \frac{vRT_1}{2}$	3
2	Подвод тепла на 1-2		1
3	Нахождение теплоты	$Q = 6vRT_1$	3
4	Выражение для КПД	$\eta = \frac{0.5vRT_1}{6vRT_1}$	2
5	Получен ответ		1

5. С крутого берега к морю ведет лестница длиной $L=200$ м. Теннисный мячик, двигавшийся со скоростью $v=1$ м/с по направлению к лестнице по горизонтальной площадке перед ней, 100 раз ударился о ступени лестницы, не задев их углов, и упал в воду. Определите высоту берега относительно уровня моря. Трения нет, удары упругие, ускорение свободного падения $g=10$ м/с². Размером отдельной ступени пренебречь.



Возможное решение

$$v \left(\sqrt{\frac{2h_k}{g}} + \sqrt{\frac{2h_{k+1}}{g}} \right) = \frac{\sqrt{L^2 - H^2}}{H} (h_{k+1} - h_k)$$

$$\sqrt{h_{k+1}} - \sqrt{h_k} = v \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{H}{\sqrt{L^2 - H^2} + \delta x_k - \delta x_{k+1}} \approx v \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{H}{\sqrt{L^2 - H^2}} + v \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{H(\delta x_{k+1} - \delta x_k)}{L^2 - H^2}, \quad (1)$$

Где $\delta x_{k+1}, \delta x_k$ - расстояние точки удара о ступень от ее края, $\delta x_0 = 0$.

$$h_0 = 0; h_n = H;$$

Складывая равенства для $k=0, 1, \dots, n-1$ получим

$$\sqrt{h_k} \approx nv \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{H}{\sqrt{L^2 - H^2}} + v \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{H \delta x_k}{L^2 - H^2}$$

Пренебрегая размером отдельной ступени

$$\frac{2v^2 k^2}{g} H^2 = (L^2 - H^2) h_k$$

Принимая $h_n = H$

$$H(n) = -\frac{n^2 v^2}{g} + \sqrt{\frac{n^4 v^4}{g^2} + L^2} = \frac{L^2}{\frac{n^2 v^2}{g} + \sqrt{\frac{n^4 v^4}{g^2} + L^2}}, \text{ чем больше } n, \text{ тем меньше } H(n)$$

Если считать, что последний удар пришелся на последнюю ступень, то $H(100) \approx 90,5$ м

В общем случае

$$H(101) \leq H \leq H(100)$$

$90,4 \text{ м} \leq H \leq 90,5 \text{ м}$, то есть, ошибка, связанная с неопределенностью последнего удара меньше размера ступени.

Критерии:

№	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Движение по горизонтальной оси		3
2	Преобразование для соотношения на место удара		2
3	Суммирование ряда		2
4	Выражение для Н		2
5	Получен ответ		1