

**Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады  
Школьников по физике  
8 марта 2026 г.  
7 класс**

1. Два друга направляются на Всесибирскую олимпиаду. Первый утверждает, что на машине можно неспешно добраться до Академгородка, и даже потратить время  $\tau$  на короткий перекус в кафе. Второй же заявил, что на электричке ехать гораздо быстрее и удобнее, хоть и придется потратить время  $t_2$  на дорогу от остановки до университета. С какой минимальной скоростью придется идти второму другу, если известно, что поезд, двигаясь со скоростью  $v_n$ , тратит время  $t_1$  на движение от станции до станции. Друзья стартуют одновременно, скорость автомобиля  $v_a$ . Само собой, оба друга, стартовав из одной точки, успели вовремя и одновременно. Железнодорожные пути расположены параллельно автомобильной дороге, равно как и тротуар до университета.

**Возможное решение:**

Не нарушая общности, пусть первый товарищ даст фору и сначала перекусит. Тогда, пройденное им расстояние:

$$S = v_a(t - T)$$

Где  $t = t_1 + t_2$  - общее время пути

С другой стороны, коль скоро по условию пройденные пути одинаковые, также запишем уравнение движения для второго товарища:

$$S = v_n t_1 + v t_2$$

Приравняв оба пути и выразив  $v$ , получаем ответ:

$$v = \frac{v_a(t_1 + t_2 - T) - v_n t_1}{t_2}$$

| Критерий                    | Соотношение                                    | Балл    |
|-----------------------------|------------------------------------------------|---------|
| Пройденный автомобилем путь | $S = v_a(t - T)$                               | 2 балла |
| Путь второго товарища       | $S = v_n t_1 + v t_2$                          | 2 балл  |
| Общее время пути            | $t = t_1 + t_2; (t_1 + t_2 - T)$               | 2 балла |
| Равенство пройденных путей  |                                                | 1 балл  |
| Ответ                       | $v = \frac{v_a(t_1 + t_2 - T) - v_n t_1}{t_2}$ | 3 балла |

2. Швейная машинка подает нитку с катушки с постоянной скоростью. Замечено, что радиус намотки нитки на катушку уменьшился в  $k$  раз за время  $t$ . За какое время  $T$  после этого радиус намотки еще раз уменьшится в  $k$  раз? Считайте, что нитка сматывается по сечению катушки также равномерно. Справка: возможно будет полезна формула площади окружности:  $S = \pi r^2$ , где  $r$  – радиус окружности, а  $\pi \approx 3,14$ .

### Возможное решение:

Пусть начальный радиус –  $k^2r$ , затем он уменьшается до  $kr$ , а площадь намотки уменьшится на  $\Delta S = \pi(k^4r^2 - k^2r^2) = \pi k^2(k^2 - 1)r^2$ .

С другой стороны,  $\Delta S = Vtd$ , где  $V$  – скорость подачи нитки,  $d$  – толщина нитки. Отсюда:

$$\pi k^2(k^2 - 1)r^2 = Vtd \quad (1)$$

Далее радиус намотки еще раз уменьшается в  $k$  раз: был  $kr$ , стал  $r$ . Аналогично имеем:

$$\pi(k^2 - 1)r^2 = VTd \quad (2)$$

Делим уравнения (1) и (2) друг на друга:

$$k^2 = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{k^2}$$

| Критерий                  | Соотношение                           | Балл    |
|---------------------------|---------------------------------------|---------|
| $\Delta S$ через радиус   | $\Delta S = \pi k^2(k^2 - 1)r^2$      | 3 балла |
| $\Delta S$ через скорость | $\Delta S = Vtd$                      | 1 балл  |
|                           | $\pi k^2(k^2 - 1)r^2 = Vtd \quad (1)$ | 2 балла |
|                           | $\pi(k^2 - 1)r^2 = VTd \quad (2)$     | 2 балла |
| Ответ                     | $T = \frac{t}{k^2}$                   | 2 балла |

3. В цилиндрический сосуд налита вода. В нее опускают деталь, которая состоит из двух спаянных кубиков с ребрами  $a = 2$  см и  $b = 4$  см. Плотность материала кубика с меньшим ребром  $\rho_1 = 4000 \text{ кг/м}^3$ , с большим ребром  $\rho_2 = 500 \text{ кг/м}^3$ . Опишите положение равновесия детали (какой из кубов направлен вниз, плавает/нет, какая часть общего объема над водой). Как изменится уровень воды, если площадь дна  $S = 100 \text{ см}^2$ ?

### Возможное решение:

Чтобы понять будет тело плавать или нет, найдем его среднюю плотность

$$V_1 = a^3; V_2 = b^3$$

$$M_1 = \rho_1 V_1; M_2 = \rho_2 V_2$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2} = 0,89 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} < \rho_{\text{в}}$$

Тогда, раз тело плавает, то оно будет погружено на 89% своего объема. Рассмотрим взаимное расположение кубиков в воде. Для этого выясним, где у системы находится центр масс и центр плавучести (центр масс вытесненной фигуры жидкости). Из равенства сил Архимеда и тяжести можно получить, что объем вытесненной воды равен  $64 \text{ см}^3$ . Центр масс двух спаянных кубов можно рассчитать по следующей формуле

$$Z_m = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M} = \frac{\rho_1 S_1 a \frac{a}{2} + \rho_2 S_2 b (a + \frac{b}{2})}{\rho_1 S_1 a + \rho_2 S_2 b}$$

$z_1$  и  $z_2$  – координаты центра масс каждого из кубов по отдельности

Центр масс вытесненной фигуры с плотностью равной плотности воды можно найти аналогичным способом:

$$Z = \frac{S_1 a \frac{a}{2} + S_2 (h - a) \frac{a + h}{2}}{S_1 a + S_2 (h - a)} = \frac{1}{2} \frac{S_1 a^2 + S_2 (h^2 - a^2)}{S_1 a + S_2 (h - a)}$$

Где  $h-a$  – высота погружения верхнего кубика, если нижний погружен полностью.  $(a+h)/2$  – центр масс погруженной части верхнего кубика. Рассчитав обе величины получим, что если кубик с плотностью  $500 \text{ кг/м}^3$  находится снизу, то  $h=4 \text{ см}$ ,  $Z=h/2 = 2 \text{ см}$ , а центр масс тела находится на высоте  $3,5 \text{ см}$  от дна – получаем неустойчивое положение.

В другом случае,  $h = 5,5 \text{ см}$ ,  $Z = 3,41 \text{ см}$ ,  $Z_m = 2,5 \text{ см}$ . Следовательно  $Z_m < Z$  – положение устойчиво. Уровень воды поднимется на:  $\Delta h = \frac{V_{\text{выт}}}{S} = 0,64 \text{ см}$

| Критерий                                          | Соотношение                                                                                           | Балл    |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Рассчитана средняя плотность тела                 | $\rho_{\text{ср}} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2}$                                                      | 2 балла |
| Записана формула для центра масс в общем виде     | $Z_m = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M}$                                                                   | 1 балл  |
| Записана формула для центра масс тела             | $Z_m = \frac{\rho_1 S_1 a \frac{a}{2} + \rho_2 S_2 b (a + \frac{b}{2})}{\rho_1 S_1 a + \rho_2 S_2 b}$ | 2 балла |
| Записана формула для центра масс вытесненной воды | $Z = \frac{1}{2} \frac{S_1 a^2 + S_2 (h^2 - a^2)}{S_1 a + S_2 (h - a)}$                               | 2 балла |
| Сделан вывод о устойчивом положении фигуры        | Если кубик с плотностью $4000 \text{ кг/м}^3$ находится снизу положение устойчиво                     | 2 балла |
| Получен ответ для изменения уровня воды           | $\Delta h = \frac{V_{\text{выт}}}{S} = 0,64 \text{ см}$                                               | 1 балл  |

4. Имеется  $N$  одинаковых гвоздей. Гвозди насыпают в две банки, которые затем уравнивают на неравноплечных весах. Расстояние между банками равно  $d$ . Конкретное значение  $d$  – неизвестно. Сколько гвоздей нужно переложить из первой банки во вторую, чтобы можно было подвинуть опору весов в сторону второй банки на расстояние  $kd$  ( $k < 1$ ) при условии сохранения равновесия?

**Возможное решение:**

Все обозначения введены на рисунке.

Условия равновесия для первой ситуации (сразу сократили на  $g$ ):

$$m_1 x = m_2 y$$

$$x + y = d$$

Равновесие для второй ситуации:

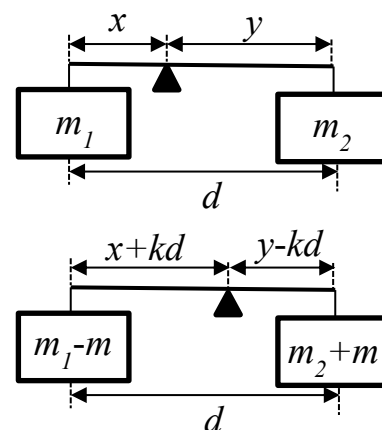
$$(m_1 - m)(x + kd) = (m_2 + m)(y - kd)$$

Объединяем все три уравнения в систему и решаем:

$$kd(m_1 + m_2) = m(x + y) = md$$

Откуда:

$$k(m_1 + m_2) = m$$



Пусть масса одного гвоздя  $m_0$ ,  $l$  – количество переложенных гвоздей, тогда очевидны соотношения:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = m_0 N \\ m = m_0 l \end{cases}$$

Подставляем:

$$k m_0 N = m_0 l$$

Откуда искомое количество гвоздей:

$$l = kN$$

| Критерий                               | Соотношение                             | Балл    |
|----------------------------------------|-----------------------------------------|---------|
| Условия равновесия для первой ситуации | $m_1 x = m_2 y$<br>$x + y = d$          | 3 балла |
| Равновесие для второй ситуации         | $(m_1 - m)(x + kd) = (m_2 + m)(y - kd)$ | 3 балл  |
| Соотношение на массы                   | $k(m_1 + m_2) = m$                      | 2 балла |
| Ответ                                  | $l = kN$                                | 2 балла |