

Олимпиада школьников «Ломоносов» по физике 2023/2024 уч. год.

Заключительный этап.

Задания, решения и критерии оценивания.

7-9 классы

1.1. Задача Камень бросают вертикально вверх с поверхности земли. Некоторый начальный участок пути, начинающийся на поверхности земли, он пролетел за время $t_1 = 1$ с, а следующий такой же по величине участок пути он пролетает за время $t_2 = 3$ с. Найдите полное время полета камня до соударения с землей. Соппротивлением воздуха пренебречь. Считать, что в указанные интервалы времени камень все еще двигался вверх.

1.1. Решение

Запишем уравнения кинематики для участков пути, пройденных за времена t_1 и $t_1 + t_2$:

$$S = V_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \quad (1)$$

$$2S = V_0(t_1 + t_2) - \frac{g(t_1 + t_2)^2}{2}, \quad (2)$$

где S – длина двух одинаковых участков, V_0 – начальная скорость камня.

Решая уравнения (1), (2), получим:

$$V_0 = \frac{2gt_1^2 - g(t_1 + t_2)^2}{2(t_1 - t_2)}.$$

Тогда полное время полета до соударения с землей равно:

$$t_{\text{пол}} = \frac{2V_0}{g} = \frac{2t_1^2 - (t_1 + t_2)^2}{t_1 - t_2} = \frac{2 \cdot 1^2 - (1 + 3)^2}{1 - 3} = 7 \text{ с.}$$

Ответ: $t_{\text{пол}} = 7$ с.

№	1.1 Действие	Максимальный балл
1	Участник приступил к решению задачи	1
2	Сделан верный поясняющий рисунок к задаче	3
3	Записаны верные кинематические соотношения	8
4	Определено полное время полета до соударения с землей	6
5	Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО		20

1.2. Задача Металлическая однородная прямая призма массой $m = 1$ кг в основании имеет правильный шестиугольник. Если положить призму на горизонтальную поверхность основанием, то она будет оказывать давление $p_1 = 6\sqrt{3}$ кПа, а если боковой гранью, то давление будет $p_2 = 4080$ Па. Определите плотность материала призмы. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

1.2. Решение

Площадь шестиугольника определяется формулой:

$$S_{\text{ш}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2, \quad (1)$$

где a – это сторона шестиугольника. Объем прямой призмы:

$$V = S_{\text{ш}} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 h,$$

где h – это высота призмы.

Давление, оказываемое основанием призмы, будет определяться соотношением:

$$p_1 = \frac{mg}{S_{\text{ш}}} = \frac{2mg}{3\sqrt{3}a^2},$$

отсюда найдем сторону шестиугольника:

$$a = \sqrt{\frac{2mg}{3\sqrt{3}p_1}}. \quad (2)$$

Давление, оказываемое боковой гранью призмы, определяется соотношением

$$p_2 = \frac{mg}{ah},$$

откуда с учетом (1) найдем высоту призмы:

$$h = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} m g p_1 \cdot \frac{1}{p_2}}. \quad (3)$$

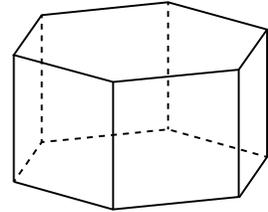
Найдем искомую плотность материала призмы:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{S_{\text{ш}} h}.$$

С учетом (1) – (3), она будет определяться соотношением:

$$\rho = \sqrt{\frac{2p_1}{3\sqrt{3}mg}} \cdot \frac{p_2}{g} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3} \cdot 6000}{3\sqrt{3} \cdot 1 \cdot 10}} \cdot \frac{4080}{10} = 8160 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho = 8160 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$



№	1.2 Действие	Максимальный балл
1	Участник приступил к решению задачи	1
2	Определен объем призмы	2
3	Определена площадь шестиугольника	2
4	Получено соотношение для давления, оказываемого основанием призмы	3
5	Получено соотношение для давления, оказываемого боковой гранью призмы	3
6	Найдена сторона шестиугольника	2
7	Найдена высота призмы	2
8	Определена искомая плотность материала призмы	3
9	Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО		20

1.3. Задача. Пригласив внуков на чаепитие на своем приусадебном участке, бабушка налила кипяток массой $m_B = 250\text{г}$ при температуре $t_B = 100^\circ\text{C}$ в свою любимую фарфоровую чашку в горошек с начальной температурой $t_\Phi = 35^\circ\text{C}$. Сразу же после этого она опустила в чашку с кипятком серебряную ложку массой $m_C = 80\text{г}$, а затем долила $m_3 = 50\text{г}$ заварки чая, имеющих температуру $t_1 = 20^\circ\text{C}$, в результате чего в чашке установилась температура $t_K = 80^\circ\text{C}$. Найдите массу любимой фарфоровой чашки бабушки m_Φ . Считать, что серебряная ложка полностью погрузилась в кипяток, удельная теплоемкость заварки чая равна удельной теплоемкости воды. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельные теплоемкости воды, фарфора и серебра равны $c_B = 4200\text{Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$, $c_\Phi = 800\text{Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$ и $c_C = 250\text{Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$ соответственно.

1.3. Решение

Количество теплоты, отданной кипятком при его охлаждении до конечной температуры:

$$Q_{\text{отд}} = c_B m_B (t_B - t_K).$$

Количество теплоты, полученное ложкой, чашкой и заваркой при их нагревании до конечной температуры:

$$Q_{\text{пол}} = c_\Phi m_\Phi (t_K - t_\Phi) + c_C m_C (t_K - t_1) + c_B m_3 (t_K - t_1).$$

Записав уравнение теплового баланса, получим:

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}},$$

$$c_B m_B (t_B - t_K) = c_\Phi m_\Phi (t_K - t_\Phi) + c_C m_C (t_K - t_1) + c_B m_3 (t_K - t_1),$$

$$m_\Phi = \frac{c_B m_B (t_B - t_K) - c_C m_C (t_K - t_1) - c_B m_3 (t_K - t_1)}{c_\Phi \cdot (t_K - t_\Phi)} =$$

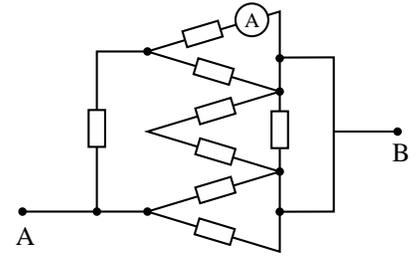
$$= \frac{4200 \cdot 0,25 \cdot (100 - 80) - 250 \cdot 0,08 \cdot (80 - 20) - 4200 \cdot 0,05 \cdot (80 - 20)}{800 \cdot (80 - 35)}$$

$$= 0,2\text{кг}.$$

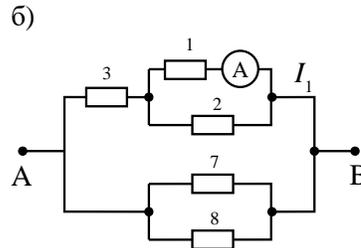
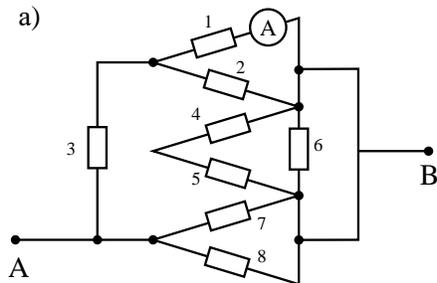
Ответ: $m_\Phi = 0,2\text{ кг}$.

№	1.3 Действие	Максимальный балл
1	Участник приступил к решению задачи	1
2	Определено количество теплоты, отданной кипятком при его охлаждении до конечной температуры	4
3	Определено количество теплоты, полученное ложкой, чашкой и заваркой при их нагревании до конечной температуры	4
4	Записано уравнение теплового баланса	4
5	Определена масса чашки	5
6	Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО		20

1.4. Задача. В схеме, представленной на рисунке, к клеммам А и В подключен идеальный источник напряжения $U_0 = 6$ В. Найти силу тока, протекающего через идеальный амперметр, если сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 125$ Ом. Сопротивлением проводов можно пренебречь.



1.4. Решение



Обозначим резисторы цифрами, см. рис.а. Резисторы 4, 5, 6 шунтированы проводником, следовательно можно считать, что ток через них протекать не будет и их можно удалить из схемы. В результате получается эквивалентная схема, изображенная на рис.б. Общее сопротивление резисторов 1 и 2 будет равно:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2}.$$

Общее сопротивление резисторов 1, 2, 3 определяется соотношением:

$$R_{123} = R_3 + R_{12} = \frac{3R}{2}.$$

Сила тока через данный составной резистор будет равна:

$$I_1 = \frac{U_0}{R_{123}} = \frac{2U_0}{3R}.$$

Напряжение на составном резисторе R_{12} :

$$U_{12} = I_2 R_{12} = \frac{U_0}{3}.$$

Искомая сила тока, протекающего через резистор R_1 будет равна:

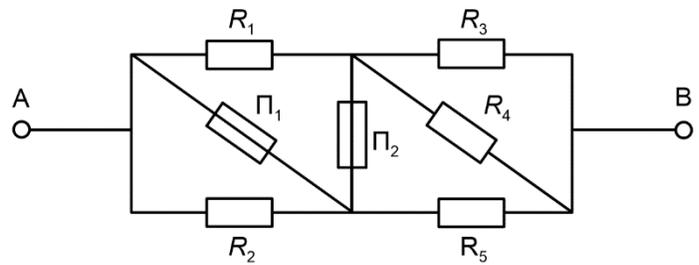
$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_1} = \frac{U_0}{3R} = \frac{6}{3 \cdot 125} = 0,016 \text{ A} = 16 \text{ mA}.$$

Ответ:

$$I_2 = 16 \text{ mA}.$$

№	1.4 Действие	Максимальный балл
1	Участник приступил к решению задачи	1
2	Получена (с объяснением) эквивалентная схема	6
3	Определены необходимые для решения задачи параметры (сила тока, напряжение, сопротивление).	5
4	Определена искомая сила тока	6
5	Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО		20

1.5. Задача. На рисунке представлена схема электрической цепи, состоящей из пяти одинаковых резисторов с сопротивлениями $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = 12$ Ом, и двух плавких предохранителей Π_1 и Π_2 . На клеммы А и В подано напряжение, возрастающее от времени по закону $U(t)=at$, где $a=1$ В/мин. Предохранители рассчитаны на номинальный ток $I_{\Pi}=1$ А (при токе, меньшем I_{Π} , сопротивление предохранителя пренебрежимо мало, а при большем или равном I_{Π} становится бесконечно большим). Определите через какое время перегорят предохранители в этой цепи.



1.5. Решение.

В начальный момент времени напряжение между точками А и В равно нулю. Поэтому токи, протекающие через элементы цепи, в том числе предохранители, заведомо меньше I_{Π} . Тогда, поскольку сопротивление предохранителей пренебрежимо мало, и через сопротивления R_1 и R_2 , подключенные параллельно к Π_1 , токи не протекают. Схема, эквивалентная исходной, представлена на рисунке 1.

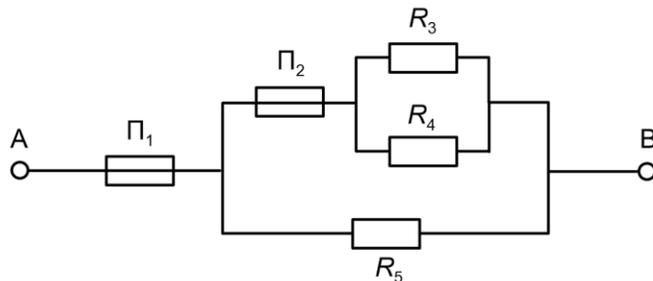
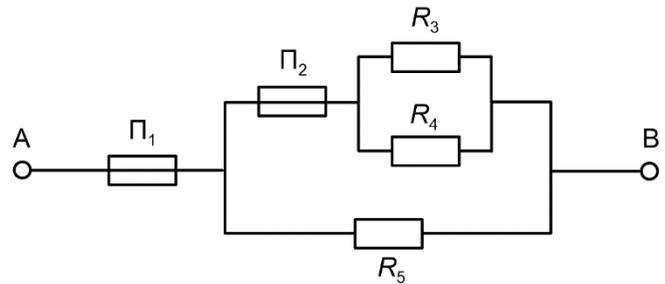


Рисунок 1.

Общее сопротивление участка АВ равно $R/3$. При этом ток I , протекающий через предохранитель Π_1 , будет определяться выражением:

$$I = \frac{U_{AB}}{R/3} = \frac{3U(t)}{R} = \frac{3at}{R}.$$

Распределение токов в системе, показано на рисунке 2:

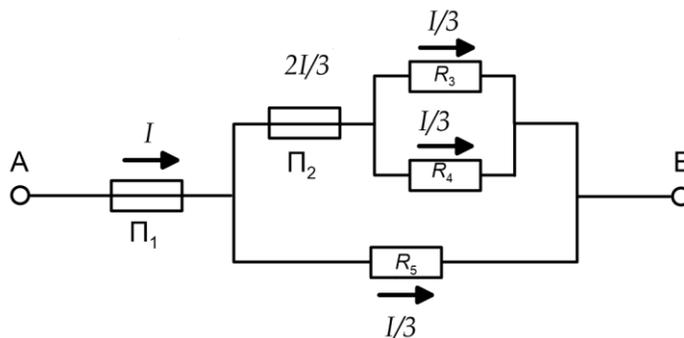


Рисунок 2.

Ток I – достигает номинального значения на Π_1 , в момент времени:

$$t_1 = \frac{I_{\Pi} \cdot R}{3a} = \frac{1\text{А} \cdot 12\text{Ом}}{3 \cdot 1\text{В/мин}} = 4\text{ мин.}$$

При этом предохранитель Π_1 , перегорает и эквивалентная схема примет вид:

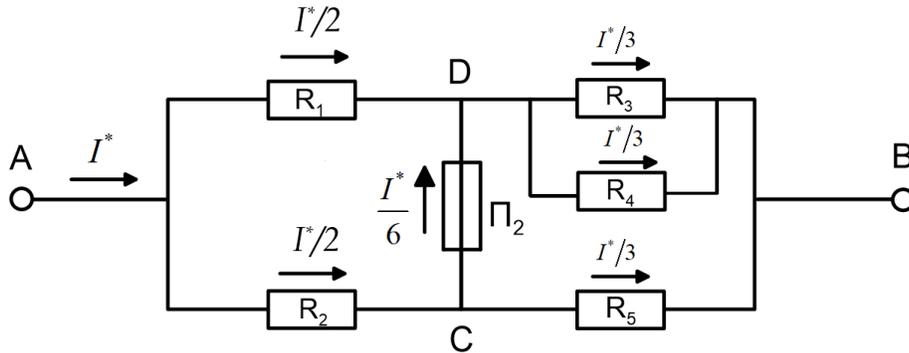


Рисунок 3. Эквивалентная схема после перегорания Π_1 .

Общее сопротивление R_{AB}^* участка AB в данном случае будет равно:

$$R_{AB}^* = \frac{R}{2} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}.$$

Ток, протекающий эквивалентное общее сопротивление R_{AB}^* данной схемы:

$$I^* = U_{AB}/R_{AB}^* = \frac{6a(\tau + t_1)}{5R},$$

где τ – время, отсчитываемое от момента перегорания Π_1 . В силу симметрии схемы

$$I_{AD} = I_{AC} = \frac{I^*}{2};$$

$$I_{DB} = \frac{2I^*}{3};$$

$$I_{CB} = \frac{I^*}{3};$$

Тогда ток I_{CD} , протекающий через Π_2 будет равен:

$$I_{CD} = I_{AC} - I_{CB} = \frac{I^*}{6} = \frac{a(\tau + t_1)}{5R}.$$

Ток через Π_2 станет равным номинальному значению спустя время τ после перегорания Π_1 :

$$\tau = \frac{5I_{\Pi} \cdot R}{a} - t_1 = \frac{14I_{\Pi} \cdot R}{3a} = \frac{14 \cdot 1\text{А} \cdot 12\text{Ом}}{3 \cdot \frac{1\text{В}}{\text{мин}}} = 56\text{ мин.}$$

Общее время работы предохранителя Π_2 :

$$t_2 = \tau + t_1 = \frac{5I_{\Pi} \cdot R}{a} = 60\text{ мин.}$$

Ответ: $t_1 = \frac{I_{\Pi} \cdot R}{3a} = 4\text{ мин.}; t_2 = \frac{5I_{\Pi} \cdot R}{a} = 60\text{ мин.}$

№	1.5 Действие	Максимальный балл
1	Участник приступил к решению задачи	1
2	Получена (с объяснением) эквивалентная схема для начального момента времени	2
3	Получено выражение для силы тока, протекающего через предохранитель Π_1	3
4	Определен момента времени, когда сила тока через предохранитель Π_1 достигает номинального значения	3
5	Получена (с объяснением) эквивалентная схема для случая, когда перегорит первый предохранитель	3
6	Получено выражение для силы тока, протекающего через второй предохранитель в зависимости от времени	3
7	Определен момента времени, когда сила тока через предохранитель Π_2 достигает номинального значения	3
8	Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО		20