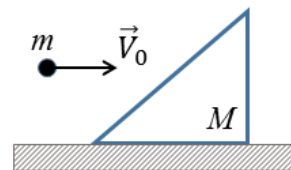


«Ломоносов 2024 – 2025». Очный тур
10 класс

1.1. Задача. Маленький шарик массой $m = 36$ г, летящий горизонтально со скоростью $V_0 = 5$ м/с, ударяется о поверхность клина массой $M = 100$ г, покоящегося на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). После абсолютно упругого соударения шарик движется вертикально вверх. На какое расстояние S от своего начального положения сместится клин к тому моменту, когда шарик достигнет наивысшей точки траектории? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



1.1. Решение. Запишем закон сохранения полной механической энергии, а также закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{Mu^2}{2},$$

$$mV_0 = Mu.$$

Отсюда скорости клина и шарика после соударения равны соответственно $u = \frac{m}{M}V_0$,

$V = \sqrt{\left(1 - \frac{m}{M}\right)}V_0$. После соударения шарик движется с ускорением g , направленным вертикально

вниз и достигнет наивысшей точки траектории за время $\tau = \frac{V}{g} = \sqrt{\left(1 - \frac{m}{M}\right)}\frac{V_0}{g}$.

Клин после соударения движется равномерно и за время τ сместится на расстояние

$$S = u \cdot \tau = \frac{m}{M} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{m}{M}\right)} \cdot \frac{V_0^2}{g}.$$

Ответ: $S = \frac{m}{M} \sqrt{\left(1 - \frac{m}{M}\right)} \cdot \frac{V_0^2}{g} = 0,72$ м.

1.2. Задача. В процессе расширения азота его объём увеличился на $n = 2\%$, а давление уменьшилось на $k = 1\%$. Какая часть η количества теплоты, полученной азотом, была превращена в работу? Молекулярная масса азота равна $\mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Удельная теплоёмкость азота при постоянном объёме $c_v = 745$ Дж/(кг·град). Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж/(моль·К). Ответ выразите в процентах, округлив до целых единиц.

Указание: при вычислении работы, совершаемой газом при расширении, незначительным изменением давления следует пренебречь.

1.2. Решение. Из равенства $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T} = \frac{(1 - k/100\%)P_0 \cdot (1 + n/100\%)V_0}{T}$, где P_0 и V_0 , P и V –

начальные и конечные давление и объём, получаем: $T - T_0 = [(1 - k/100\%)(1 + n/100\%) - 1] \cdot T_0$.

Следовательно, внутренняя энергия азота увеличилась на

$$\Delta U = c_v m (T - T_0) = c_v m T_0 \cdot [(1 - k/100\%)(1 + n/100\%) - 1].$$

Далее, если пренебречь незначительным изменением давления, как рекомендовано в условии задачи, то работу, совершённую газом при расширении, можно считать равной

$$A = P_0 (V - V_0) = P_0 V_0 n/100\% = \frac{n}{100\%} \cdot \frac{m}{\mu} R T_0.$$

Здесь учтено, что в соответствии с уравнением Клапейрона – Менделеева $P_0 V_0 = \frac{m}{\mu} R T_0$.

Количество теплоты, полученное азотом, равно $Q = \Delta U + A$. Используя полученные выше результаты для ΔU и A , приходим к искомому ответу:

$$\frac{A}{Q} = \eta = \frac{\frac{n}{100\%} \cdot \frac{R}{\mu}}{\left[(1 - k/100\%)(1 + n/100\%) - 1\right] c_v + \frac{n}{100\%} \frac{R}{\mu}} \cdot 100\% \text{ или}$$

$$\eta = \frac{nR}{c_v \mu \cdot \left[(1 - k/100\%)(1 + n/100\%) - 1\right] + nR/100\%}.$$

Ответ: $\eta = \frac{nR}{c_v \mu \cdot \left[(1 - k/100\%)(1 + n/100\%) - 1\right] + nR/100\%} \approx 45\%.$

1.3. Задача. В электрической цепи, представленной на рисунке 1, сопротивления всех резисторов одинаковы $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$. Мощность, выделяемая на резисторе R_4 , составляет $P = 30$ Вт. После того как включение резистора R_4 в цепь изменили на последовательное с резистором R_3 (см. рис. 2), общая сила тока в цепи уменьшилась на $\Delta I = 2$ А. Определите ЭДС источника $\mathcal{E}$, считая его внутреннее сопротивление пренебрежимо малым.

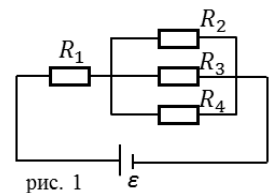


рис. 1

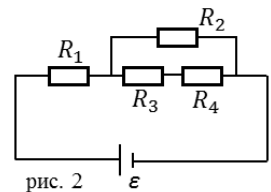


рис. 2

1.3. Решение. Учитывая, что первоначально резисторы R_2 , R_3 и R_4 соединены параллельно и вместе они последовательно соединены с резистором R_1 , общее сопротивление этой цепи равно

$R_{\text{общ}}^{(1)} = \frac{4}{3}R$, а общая сила тока в ней равна $I_1 = \frac{3\mathcal{E}}{4R}$. Тогда мощность, выделяемая на резисторе R_4 , с учётом равенства сопротивлений резисторов $R_2 = R_3 = R_4$ можно записать так:

$$P = \left(\frac{I_1}{3}\right)^2 \cdot R_4 = \frac{\mathcal{E}^2}{16R}.$$

После того как электрическую цепь изменили, её общее сопротивление стало $R_{\text{общ}}^{(2)} = \frac{5}{3}R$, а

общая сила тока уменьшилась до нового значения $I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{5R} = I_1 - \Delta I$.

Решая систему уравнений:

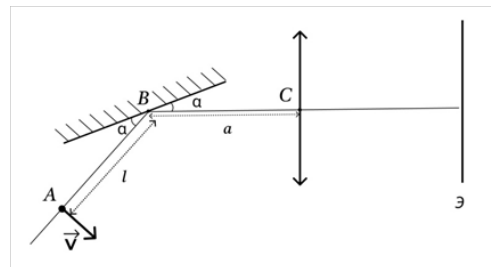
$$\frac{3\mathcal{E}}{4R} - \Delta I = \frac{3\mathcal{E}}{5R}, \quad (1)$$

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{16R}, \quad (2)$$

получаем ответ задачи: $\mathcal{E} = \frac{12P}{5\Delta I}$.

Ответ: $\mathcal{E} = \frac{12P}{5\Delta I} = 36 \text{ В}.$

1.4. Задача. Оптическая система, представленная на рисунке, состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 30$ см, плоского зеркала и экрана Э. Плоскость зеркала составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с главной оптической осью линзы. Расстояние $BC = a = 10$ см. Точку А пролетает муха, движущаяся со скоростью $v = 2$ см/с перпендикулярно отрезку $AB = l = 25$ см. Угол между АВ и плоскостью зеркала также составляет угол $\alpha = 30^\circ$. Экран, установлен в положении, для которого резкость изображения мухи, полученного с помощью зеркала и линзы, наибольшая. Найти модуль скорости движения этого изображения. Ответ выразите в см/с и округлите до целых.



1.4. Решение. Изображение мухи, находящейся в точке А, в зеркале попадает на главную оптическую ось линзы и расположено на расстоянии $a + l$ от неё. Чтобы резкость изображения мухи на экране была наибольшая, экран необходимо расположить за линзой на расстоянии b , определяемом по формуле линзы:

$$\frac{1}{a+l} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow b = \frac{(a+l)F}{a+l-F}.$$

Скорость изображения мухи в зеркале равна скорости мухи и перпендикулярна главной оптической оси линзы. Скорость изображения u мухи в линзе можно найти, определив предварительно линейное увеличение Γ , даваемое линзой для протяжённых объектов, находящихся на данном расстоянии от линзы. В рассматриваемом случае получим:

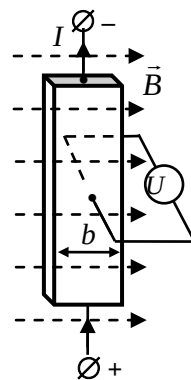
$$\Gamma = \frac{b}{a+l} = \frac{F}{a+l-F}.$$

За малый интервал времени Δt муха пролетает расстояние $h = v \cdot \Delta t$, а её изображение смещается на $H = u \cdot \Delta t$. По определению $\Gamma = \frac{H}{h}$. Исходя из этого, получаем, что скорость изображения мухи равна:

$$u = \Gamma \cdot v = \frac{F \cdot v}{a+l-F}.$$

Ответ: $u = \frac{F \cdot v}{a+l-F} = 12 \text{ см/с}.$

1.5. Задача. Через тонкую пластинку кремния n -типа пропускают постоянный ток силой $I = 8$ мА. Пластика помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, перпендикулярное длинным боковым граням пластинки и направлению тока (см. рисунок). Милливольтметр, подключенный между двумя другими противоположными большими гранями пластинки, фиксирует возникающую при этом разность потенциалов $U = 4$ мВ. Ширина пластинки равна $b = 5$ мм. Определить по этим данным концентрацию электронов проводимости n в пластинке. Модуль заряда электрона примите равным $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Возникающее поперечное электрическое поле внутри пластинки считайте приблизительно однородным. Ответ выразите в 10^{14} см^{-3} и округлите до десятых долей.



1.5.Решение. На каждый электрон проводимости в пластинке перпендикулярно его скорости направленного движения (дрейфовой скорости), а значит и току, действует составляющая силы Лоренца, равная по модулю $F_L = evB$. Стационарному состоянию потока зарядов соответствует ситуация, когда эта сила будет уравновешена силой со стороны поля электрического, возникающего из-за смещения электронной плотности между большими гранями пластинки, модуль которой равен $F_e = eE$. Напряжённость электрического поля связана с разностью потенциалов между противоположными гранями пластинки (в некотором приближении, предложенном по условию задачи – аналог поля внутри конденсатора) соотношением: $E = \frac{U}{d}$, где d – толщина пластинки. Плотность тока определяется концентрацией носителей тока n и их дрейфовой скоростью v : $j = e \cdot n \cdot v$. Плотность тока, в свою очередь, равна отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника S : $j = \frac{I}{S}$ или $j = \frac{I}{d \cdot b}$, где d и b – толщина и ширина пластинки соответственно. Решая систему представленных уравнений, приходим к ответу задачи: $n = \frac{I \cdot B}{e \cdot U \cdot b}$.

Ответ: $n = \frac{I \cdot B}{e \cdot U \cdot b} \cong 2,5 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3} = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

