

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Заключительный этап 2023/24 учебного года для 7–8 класса

Задача 1

В-1 На 5 квадратных дощечках написано по одной букве, из которых составлено слово «АКУЛА». Сколько можно составить из этих дощечек различных 4-буквенных слов (возможно, бессмысленных или непроносимых)?

Задача 2

В-1 Бросается стандартная игральная кость (кубик, от 1 до 6 очков на грани, сумма очков на противоположных гранях равна семи). После броска записываем результат, перекатываем кубик случайным образом на одну из соседних граней, записываем новый результат, потом снова случайно перекатываем кубик на одну из соседних граней, и записываем третий результат.

Сколько разных возрастающих последовательностей очков мы можем получить?

Задача 3

В-1

Пять светлячков с лазерными указками ползают по окружности, каждый — с постоянной скоростью. Первый за пять минут успеваеет проползти три круга, второй движется вдвое быстрее первого, третий — втрое быстрее первого, и так далее. Каждый светлячок не сводит луча своей лазерной указки со следующего по номеру жука, а пятый светлячок светит на первого. Все они начали ползти из одной точки в одну сторону. Через какое время лучи лазерных указок в первый раз изобразят правильную «звезду» (неважно как повернутую, но с вершинами на одинаковом расстоянии)?



Задача 4

В-1 Попугай решил измерить Удава. Если Попугай идет клювом вперед, то длина его шага равна $X = 9$ см, а если спиной вперед — то в $Y = 3$ раз меньше. Чтобы измерить Удава, Попугай прошагал вдоль него в направлении от хвоста до головы, идя то клювом вперед, то спиной. При этом Попугай насчитал $Z = 38$ шагов. Затем он прошел обратно, от головы до хвоста, и насчитал то ли $T = 40$, то ли $T + 1 = 41$ шагов. Однако наблюдавшая за ним Мартышка сказала, что всего шагов, которые Попугай прошел клювом вперед, было $R = 59$. Какова длина Удава?

Задача 5

В-1

На бумаге закрашена фигура указанной формы. Бумагу складывают пополам, потом сложенную бумагу разрезают по прямой. Затем все куски разворачиваются. Где провести сгиб и как сделать разрез, чтобы у получившихся кусков фигуры было как можно больше углов? В ответе приведите чертёж, а также укажите это максимальное число углов.

Пропорции рисунка: квадрат имеет размеры 3 на 3, квадратный вырез размеров 1 на 1, расположен ровно посередине, к нему ведёт прорез шириной 0.25.



Задача 6

В-1 В кино пришли 5 девочек, 3 мальчика и учительница. Все они расселись в первом ряду, в котором места пронумерованы от 1 до 10. По пути в кинотеатр 5 девочек начали активно общаться, и учительница решила, что сажать их рядом небезопасно. Между любыми двумя девочками должно быть минимум одно место: или незанятое, или занятое мальчиком или учительницей. Сколько различных способов рассадки имеется? (Два способа отличаются, если хотя бы один из участников группы сидит на местах с разными номерами.)

Задача 7

В-1 Расположите числа по возрастанию:

$$A = \frac{\overbrace{1111 \dots 1110}^{2024}}{\underbrace{1111 \dots 1111}_{2024}}, \quad B = \frac{\overbrace{2222 \dots 2221}^{2024}}{\underbrace{2222 \dots 2223}_{2024}}, \quad C = \frac{\overbrace{3333 \dots 3331}^{2024}}{\underbrace{3333 \dots 3334}_{2024}}$$