

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2023/24 учебного года для 5–6 классов

---

**Задача 1**

**В-1** У Кати в кармане 3 нитки. Нитки запутались и на них завязались узелки. Катя подсчитала, что на каждой нитке по 3 узелка. Потом она посчитала количество всех узелков. Какое число у нее могло получиться? Если возможно несколько вариантов ответа, то в ответ запишите сумму полученных чисел. Замечание: если две или три нити связались в узел, то этот узел считается за один.

**Ответ:** 42

**Решение.** максимальное число узелков - 9, если нитки совсем не пересекаются, минимальное - 3, если в каждом узелке участвуют все 3 нитки. Можно получить любое число узелков от 9 до 3.  $9+8+7+6+5+4+3=42$

---

**В-2** Вася достал для своей удочки три лески. Оказалось, что они запутались и завязались в узелки. На каждой леске оказалось по четыре узелка. Потом Вася подсчитал общее количество узелков. Какое число у него могло получиться? Если возможно несколько вариантов ответа, то в ответ запишите сумму полученных чисел. Замечание: если две или три лески завязались в узел, то этот узел считается за один.

**Ответ:** 72

**Решение.**  $12+11+10+9+8+7+6+5+4=72$

---

**В-3** Мама купила Пете три новых шнурка для кроссовок. Петя с удивлением обнаружил, что шнурки запутались и на каждом из них образовалось по 5 узлов. Потом он посчитала количество всех узелков. Какое число у него могло получиться? Если возможно несколько вариантов ответа, то в ответ запишите сумму полученных чисел. Указание: если два или три шнурка завязались в узел между собой, то этот узел считается за один.

**Ответ:** 110

**Решение.**  $15+14+\dots+5=110$

---

**В-4** Программист Игорь достал три провода и увидел, что на каждом проводе образовалось по 6 узелков. Затем он посчитал общее число узелков на этих трех проводах. Какое число у него могло получиться? Если возможно несколько вариантов ответа, то в ответ запишите сумму полученных чисел. Указание: если два или три провода завязались в узел между собой, то этот узел считается за один.

**Ответ:** 156

**Решение.**  $18+17+\dots+6=156$

---

## Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2023/24 учебного года для 5–6 классов

---

### Задача 2

**В-1** Определите годы жизни писателя 19 века, если известно, что:

- набор цифр года смерти и года рождения совпадают,
- если сложить цифры года смерти, получится четырнадцать,
- последняя цифра года рождения и года смерти отличаются в 4 раза.

В ответ запишите год рождения и год смерти без пробелов и запятых.

**Ответ:** 18141841

**Решение.** Это М.Ю. Лермонтов, но ребус разгадывается и без этих знаний. Если он жил в 19 веке, то год рождения точно имеет вид  $18^{**}$ . Год смерти имеет те же цифры. Значит, сумма цифр, равная 15, приводит к тому, что сумма звёздочек равна 5. Пять можно получить либо набором 1 и 4, либо набором 2 и 3. То есть умереть в 20 веке писатель не мог, и разница между годом рождения и смерти — в перестановке последних цифр. Так как цифры отличаются в 4 раза, то это 1 и 4, и отсюда неминуемо следует год рождения 1814

---

**В-2** Определите годы жизни математика 19 века, если известно, что:

- год рождения содержит цифру 0,
- если сложить цифры года смерти и вычесть из полученного числа сумму цифр года рождения, то получится 5,
- последняя цифра года рождения и года смерти отличаются на 1,
- произведение ненулевых цифр года рождения и ненулевых цифр года смерти делится на 15.

В ответ запишите год рождения и год смерти без пробелов и запятых.

**Ответ:** 18501891

**Решение.** Софья Васильевна Ковалевская

---

**В-3** Определите годы жизни математика 19 века, если известно, что:

- год рождения и год смерти не содержат цифру 0,
- если сложить цифры года смерти и вычесть из полученного числа сумму цифр года рождения, то получится 3,
- последняя цифра года рождения и последняя цифра года смерти отличаются на 1,
- если поделить год смерти на 2 три раза, то получится число, содержащее цифру 2 два раза и дающее остаток 4 при делении на 9.

**Ответ:** 18111832

**Решение.** Эварист Галуа.

---

**В-4** Определите годы жизни математика 19 века, если известно, что:

- год рождения содержит цифру 0,
- если сложить цифры года смерти и вычесть из полученного числа сумму цифр года рождения, то получится 13,
- если вычесть из года смерти год рождения, то полученное число будет делиться на 17,
- произведение ненулевых цифр года рождения равно 5-ой степени 2.
- сумма цифр года смерти делится на 13.

**Ответ:** 18041889

**Решение.** Виктор Яковлевич Буняковский

---

**Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике**

Отборочный этап 2023/24 учебного года для 5–6 классов

---

**Задача 3**

**В-1** Три спортсмена стартовали одновременно из одной точки по круговой дорожке. 1-й преодолевает круг за 21 минуту, 2-й - за 35 минут, 3-й - за 15 минут. Через какое количество минут они снова встретятся на старте? В ответе указать число.

**Ответ:** 105

**Решение.** Нужно найти НОК(21, 35, 15) =  $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ ,

$$21 = 3 \cdot 7,$$

$$35 = 5 \cdot 7,$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

---

**В-2** Три лыжника начали движение одновременно из одной точки по круговой дорожке. 1-й преодолевает круг за 55 минут, 2-й - за 35 мин, 3-й - за 77 мин. Через какое кол-во минут они снова встретятся на старте? В ответе указать число.

**Ответ:** 385

---

**В-3** Четыре велосипедиста начали с общего старта движение по круговой дорожке. 1-й преодолевает круг за 26 минут, 2-й - за 39 минут, 3-й - за 21 минуту, 4-й за 14 минут. Через какое кол-во минут они снова встретятся на старте? В ответе указать число.

**Ответ:** 546

---

**В-4** Четыре гонщика начали с общего старта движение по круговой дорожке. 1-й преодолевает круг за 15 минут, 2-й - за 35 минут, 3-й - за 21 минуту, 4-й за 14 минут. Через какое кол-во минут они снова встретятся на старте? В ответе указать число.

**Ответ:** 210

---

## Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2023/24 учебного года для 5–6 классов

---

### Задача 4

**В-1** На Московском шахматном турнире в этом году было не менее четырех шахматистов. Известно, что каждый игрок сыграл с каждым одинаковое число партий. Всего было проведено 26 туров. После седьмого тура один игрок заметил, что у всех игроков число очков четное, а у него самого - нечетное. Определите число участников турнира. В ответ запишите число.

Правила проведения шахматного турнира: В одном туре все участники разбиваются на пары и играют между собой в парах по одной партии. Если число игроков - нечетное, то один игрок не играет и ждет следующего тура; в следующем туре он уже играет, а кто-то другой ждёт и т.д.; причем тогда каждый игрок должен пропустить одинаковое число туров. При победе в партии игрок получает одно очко, при ничьей - пол очка и при проигрыше - ноль очков.

**Ответ:** 14

**Решение.** В турнире принимало участие 14 шахматистов. Допустим, что в турнире участвовало  $n$  шахматистов. Если  $n$  - четное, то шахматисты легко разбиваются на пары, и тогда каждый шахматист играл в каждом туре. Тогда каждый шахматист сыграл 26 партий, причем он сыграл поровну с каждым из остальных  $n - 1$  шахматистов. Следовательно, в этом случае 26 делится на  $n-1$ . Следовательно,  $n - 1 = 2, n - 1 = 13$  или  $n - 1 = 26$ . Но по условию  $n > 3$ , а по предположению  $n$  - четное. поэтому  $n=14$ . Если  $n$  - нечетно, то в каждом турнире один из шахматистов не играл, при этом, конечно, все шахматисты не играли в одинаковом количестве туров, и следовательно в этом случае 26 делится на  $n$ . Следовательно,  $n = 2, n = 13$  или  $n = 26$ . Но по условию  $n > 3$  и по предположению  $n$  - нечетное, поэтому  $n = 13$ . Получаем два варианта:  $n = 13$  или  $n = 14$ . Если  $n = 13$ , то в каждом туре было сыграно  $12 : 2 = 6$  партий, в каждой партии разыгрывается 1 очко. Поэтому в каждом туре разыгрывалось по 6 очков, то есть сумма очков после 7 туров равна 42 и не представима в виде суммы нечетного числа и нескольких четных. Если же  $n = 14$ , то нетрудно проверить, как описанная ситуация могла произойти.

---

**В-2** На Московском шахматном турнире в этом году было не менее четырех шахматистов. Известно, что каждый игрок сыграл с каждым одинаковое число партий. Всего было проведено 34 тура. После одиннадцатого тура один игрок заметил, что у всех игроков число очков четное, а у него самого - нечетное. Определите число участников турнира. В ответ запишите число.

Правила проведения шахматного турнира: В одном туре все участники разбиваются на пары и играют между собой в парах по одной партии. Если число игроков - нечетное, то один игрок не играет и ждет следующего тура; в следующем туре он уже играет, а кто-то другой ждёт и т.д.; причем тогда каждый игрок должен пропустить одинаковое число туров. При победе в партии игрок получает одно очко, при ничьей - пол очка и при проигрыше - ноль очков.

**Ответ:** 18

---

**В-3** На Московском шахматном турнире в этом году было не менее четырех шахматистов. Известно, что каждый игрок сыграл с каждым одинаковое число партий. Всего было проведено 38 туров. После пятнадцатого тура один игрок заметил, что у всех игроков число очков четное, а у него самого - нечетное. Определите число участников турнира. В ответ запишите число.

Правила проведения шахматного турнира: В одном туре все участники разбиваются на пары и играют между собой в парах по одной партии. Если число игроков - нечетное, то один игрок не играет и ждет следующего тура; в следующем туре он уже играет, а кто-то другой ждёт и т.д.; причем тогда каждый игрок должен пропустить одинаковое число туров. При победе в партии игрок получает одно очко, при ничьей - пол очка и при проигрыше - ноль очков.

**Ответ:** 19

---

**В-4** На Московском шахматном турнире в этом году было не менее четырех шахматистов. Известно, что каждый игрок сыграл с каждым одинаковое число партий. Всего было проведено

46 туров. После пятнадцатого тура один игрок заметил, что у всех игроков число очков четное, а у него самого - нечетное. Определите число участников турнира. В ответ запишите число.

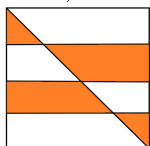
Правила проведения шахматного турнира: В одном туре все участники разбиваются на пары и играют между собой в парах по одной партии. Если число игроков - нечетное, то один игрок не играет и ждет следующего тура; в следующем туре он уже играет, а кто-то другой ждёт и т.д.; причем тогда каждый игрок должен пропустить одинаковое число туров. При победе в партии игрок получает одно очко, при ничьей - пол очка и при проигрыше - ноль очков.

**Ответ:** 23

---

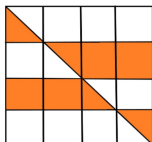
### Задача 5

**В-1** Квадрат со стороной 4 см поделили на 4 равные полосы, затем провели диагональ (см. рисунок). Найдите площадь закрашенной части в квадратных сантиметрах.

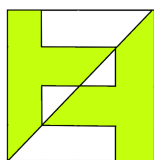


**Ответ:** 6

**Решение.** Разобьем квадрат на квадраты со стороной 1. Заметим, что получилось четыре закрашенных квадрата площадью 1 и четыре треугольника. Если сложить треугольники, то получатся два квадрата 1. Площадь закрашенной фигуры равна  $4 + 2 = 6$ .

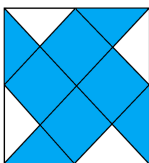


**В-2** Квадрат со стороной 4 см поделили на части как на рисунке. Найдите площадь закрашенной части в квадратных сантиметрах.



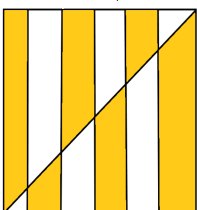
**Ответ:** 10

**В-3** Квадрат со стороной 4 см поделили на части как на рисунке. Найдите площадь закрашенной части в квадратных сантиметрах.



**Ответ:** 12

**В-4** Квадрат со стороной шесть сантиметров поделили на 6 равных полосок, затем провели диагональ (см. рисунок). Найдите площадь закрашенной части в квадратных сантиметрах.



**Ответ:** 21

---

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2023/24 учебного года для 5–6 классов

---

**Задача 6**

**В-1** Ровно в 8:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 72 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 11:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 3 км/ч.

**Ответ:** 24

**Решение.** Если рассмотреть движение относительно реки, то второй катер за время прошел с собственной скоростью путь от пункта  $B$  до середины  $C$  отрезка  $AB$  и обратно. Поэтому его скорость равна  $72/(11 - 8)$ , причём независимо от скорости течения реки. Ответ: 24.

---

**В-2** Ровно в 9:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 69 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 12:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 2 км/ч.

**Ответ:** 23

**В-3** Ровно в 7:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 70 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 12:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 4 км/ч.

**Ответ:** 14

**В-4** Ровно в 6:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 85 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 11:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 3 км/ч.

**Ответ:** 17

**В-5** Ровно в 8:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 52 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 10:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 2 км/ч.

**Ответ:** 26

**В-6** Ровно в 9:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 57 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 12:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 4 км/ч?

**Ответ:** 19

**В-7** Ровно в 7:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 72 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Вторым катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 11:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 3 км/ч?

**Ответ:** 18

---

**В-8** Ровно в 6:00 от пристани  $A$  вниз по течению реки вышел катер и от пристани  $B$ , находящейся на расстоянии 64 км от  $A$ , навстречу ему с той же собственной скоростью вышел другой катер, а также отплыл плот. Второй катер, встретившись с первым, развернулся и догнал плот в 10:00. Найдите собственные скорости катеров (в км/ч), если скорость течения реки равна 2 км/ч?

**Ответ:** 16

---