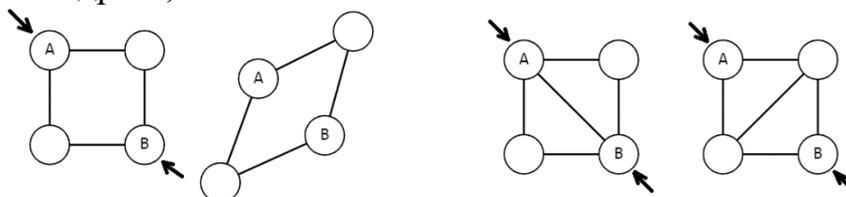


Задание №1 (5 баллов)

Рассмотрим структуры, построенные из стержней, скреплённых шарнирами. Все рассматриваемые нами структуры плоские и расположены на горизонтальной поверхности.

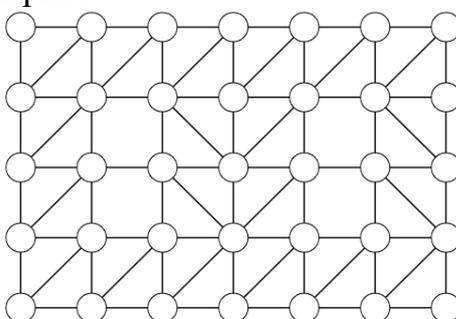
Стержни идеально жёсткие и недеформируемые. Шарниры соединяют стержни вместе так, что стержни могут образовывать любой угол. Стержень, соединяющий две несмежные вершины квадрата, называется скобой.



Не жёсткая структура

Жёсткая структура

Рассмотрим следующий каркас:



Данный каркас является жёсткой структурой, но данная структура не является минимальной.

А) (2 балла) Какое максимальное количество скоб можно убрать из каркаса, чтобы структура осталась жёсткой?

Б) (3 баллов) Приведите пример каркаса, полученного из данного путём убирания скоб, который является жёстким и содержит минимальное количество скоб, а также соответствующий ему двудольный граф.

Справочная информация

Структура называется жёсткой, если при воздействии на неё сил расстояние между её отдельными узлами не меняется.

Чтобы определить, является ли структура жёсткой, можно построить двудольный граф по следующим правилам:

- *Вершины графа соответствуют строкам и столбцам каркаса;*
- *Ребра графа соединяют вершину-строку с вершиной-столбцом только тогда, когда между соответствующей строкой и столбцом в каркасе есть скоба.*

Прямоугольный каркас со скобами является жёстким тогда и только тогда, когда соответствующий двудольный граф связан. Если двудольный граф является остовным деревом, то связывание каркаса скобами является минимальным.

Задание №2 (5 баллов)

На выставке роботов в одном из залов показывали роботов, которые всегда говорят правду, и роботов, которые всегда лгут. Внешне все роботы выглядят одинаково. Роботов распаковали и расставили в ряд, при этом смешав роботов разных типов.

Технику нужно развесить ярлыки на роботов, указав какие из роботов говорят правду, а какие — лгут. Он помнит, что «лжецов» было меньше, чем тех, которые говорят правду.

Техник задал каждому из роботов по вопросу. Ответы, которые дали роботы:

Робот №1: Робот №9 — лжец;

Робот №2: Робот №4 — лжец;

Робот №3: Робот №5 — лжец;

Робот №4: Робот №6 — лжец;

Робот №5: Робот №9 — лжец;

Робот №6: Робот №8 — лжец.

Робот №7: Робот №2 — лжец;

Робот №8: Робот №3 — лжец;

Робот №9: Робот №1 — лжец.

Определите номера роботов, которые говорят правду. В ответ запишите число, составленное из номеров **правдивых** роботов, упорядоченных по возрастанию, например, 12345.

Задание №3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами равного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо. Диаметр колёс робота равен 8 см. Ширина колеи равна 16 см.

По середине между центрами колёс робота установлен маркер. Робот чертит кривую.

Робот повторяет N раз последовательно следующие шаги:

Шаг №1. Ось мотора А поворачивается на K градусов, одновременно с этим ось мотора В поворачивается на K градусов.

Шаг №2. Ось мотора А поворачивается на 360° , одновременно с этим ось мотора В зафиксирована.

Шаг №3. $K=K+180$.

Определите, чему равна длина кривой, начерченной роботом, если в начале $N = 30$, $K = 540$. Ответ дайте в метрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Задание №4 (10 баллов)

На горизонтальном полигоне расположена тонкая вертикальная стенка. На высоте $h = 4$ дм над поверхностью полигона на ней расположено квадратное отверстие (окно), сторона которого равна $b = 20$ см. На роботе установлено устройство, позволяющее выстреливать небольшой шарик под углом к горизонту. Угол, под которым устройство может выстреливать шарик варьируется от 15° до 75° . Робот находится в стартовой зоне так, что точка, из которой робот может выстрелить шариком, расположена на расстоянии $s_1 = 1,2$ м. По заданию робот должен так выстрелить шариком, чтобы он пролетел через окно, после чего пересёк тонкую линию, которая находится на расстоянии $s_2 = 10$ м от точки старта шарика. При этом, засчитывается только место первого приземления шарика.

Считайте, что начальная скорость, которую приобретает шарик при выстреле, равна $V = 12$ м/с и что шарик стартует с уровня полигона.

Определите, под каким минимальным углом к горизонту нужно выстрелить шариком, чтобы робот смог выполнить задание. Ответ дайте в градусах, приведя результат с точностью до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$, $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только после получения финального результата. Соппротивлением воздуха пренебрегите.

Задание №5 (10 баллов)

Ящик поставили на бок, в его верхней стенке просверлили отверстие и пропустили через него ось. Ось закрепили в отверстии так, что она не может перемещаться по вертикали, но может вращаться практически без трения вокруг своей оси. К нижней части оси прикрепили тонкую, прочную, нерастяжимую нить. К свободному концу нити привязали железный шарик массы $m = 200$ г. Масса нити пренебрежимо мала. Длина нити равна $L = 0,5$ м.

На ящике закрепили мотор, который может совершать до 100 оборотов в минуту. Между осью маятника и мотором можно установить передачу, у которой будет не более 3-х ступеней. На ось маятника поставили коническую шестерёнку с 10 зубьями и перпендикулярно ей ось с шестерёнкой с 20 зубьями.

Для сбора оставшейся части передачи можно использовать только набор из шестерёнок с 20, 40 и 60 зубьями. В наборе по 3 шестерёнки каждого вида.

Какое минимальное число оборотов в минуту должен совершать мотор, чтобы шарик, подвешенный к оси, поднялся на высоту не менее $h = 2$ см. Ответ округлите до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального ответа.

Задание №6 (10 баллов)

Робот - чертёжник оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс, наносит на неё следующее изображение (см. *Рисунок №1*).

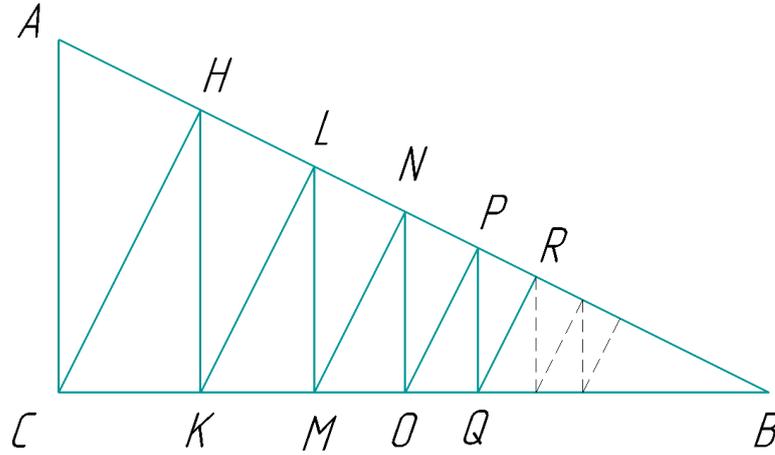
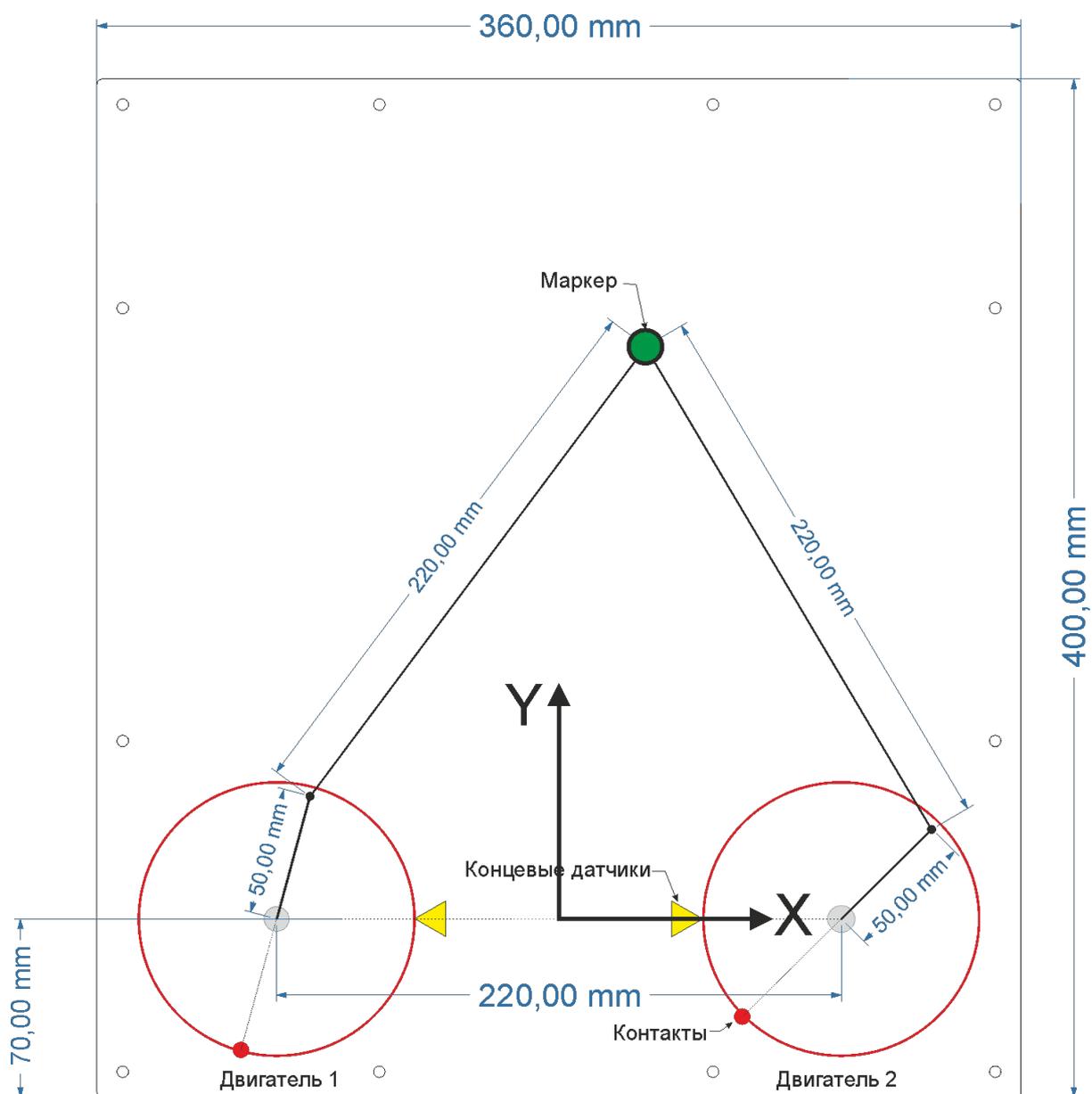


Рисунок №1

Известно, что робот после того, как вычерчивает треугольник, выезжает из вершины С, двигаясь перпендикулярно АВ, затем из точки Н, двигаясь перпендикулярно СВ и так далее, $AC \parallel HK \parallel LM \parallel NO \parallel PQ \dots$, $HC \parallel LK \parallel NM \parallel PO \parallel RQ \dots$, $AC=7$ м, $BC=24$ м, $AB=25$ м. Определите длину линии, начерченной роботом, если внутри треугольника робот начертил 30 отрезков. Ответ дайте в дециметрах с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Задача практического тура 2024



Задача 10-11

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать отрезок, лежащий на оси y , и любую перпендикулярную ему прямую
3. Построить график функции:

$$y = \begin{cases} \frac{e^{\ln(\sqrt[5]{x^{10}+4})} - \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(\ln(e^{-x^2-16})))}{2} + 8, & \text{если } \pi^{x^2+2x} < 1; \\ \frac{-4x^4 + x^3 + 83x^2 - 20x - 60}{(\sqrt{x} + 1)(4x^{\frac{3}{2}} - 4x + 3x^{\frac{1}{2}} - 3)} + 2, & \text{если } \sqrt[5]{x^{10}} - 4 < 0. \end{cases}$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось y - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3 //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6 //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10 //Левый концевой выключатель "Ноль"

#define pinStep2 2 //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5 //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9 //Правый концевой выключатель "Ноль"
```

Задача 8-9:

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать вертикальную прямую максимальной длины
3. Отметить на окружности вершины квадрата
4. Отметить на окружности вершины правильного n -угольника, где n - сумма корней уравнения:

$$x^3 - 6x^2 - ax + 14 = 0, \text{ если } x_1 = 7.$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось y - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3      //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6  //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10   //Левый концевой выключатель "Ноль"
```

```
#define pinStep2 2      //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5  //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9   //Правый концевой выключатель "Ноль"
```