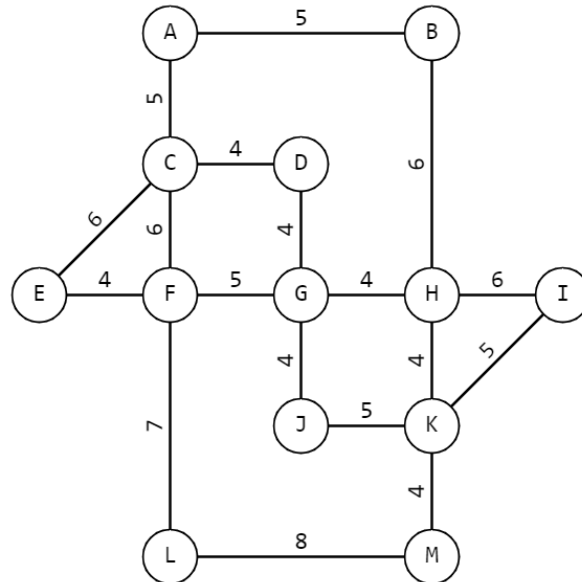


Олимпиада Ломоносов по робототехнике
2023/2024 уч.год
Отборочный этап. 5-7 класс

Задание №1 (20 баллов) Почтальон собирается развезти письма. Для этого ему нужно посетить все улицы, на которых живут адресаты (см. *схему*). Почтальон находится в отделении почты (на схеме обозначено точкой *C*). После доставки всех писем он хочет сходить пообедать в кафе (точка *M*). Почтальон хотел бы сделать это за наименьшее время.



Схема

Отрезками на схеме обозначены улицы. Кругами на схеме обозначены перекрестки, где почтальон может поменять направление движения. Цифрами на схеме обозначено время в минутах, которое потребуется почтальону, чтобы проехать по данной улице. Все указанные на схеме улицы почтальон должен посетить хотя бы по одному разу.

Какое наименьшее время в минутах потребуется почтальону на то, чтобы доставить все письма, после чего дойти до кафе? Для простоты считайте, что почтальон раскладывает письма по ящикам моментально.

Ответ: 112 мин.

Решение

На схеме представлен ненаправленный граф.

Поскольку почтальон должен посетить все ребра хотя бы по одному разу, то он потратит времени не меньше, чем суммарное время проезда по всем улицам по одному разу:

$$5+5+6+4+6+6+4+4+5+4+6+7+4+4+5+5+4+8=20+20+20+20+12=92 \text{ (мин.)}$$

Так как из каждой вершины выходит только четное число дорог, то для того, чтобы обойти весь граф, посетив каждое из рёбер по разу, можно начать в вершине *C* и при этом вернуться в неё же. Значит, после прохода по всем рёбрам, почтальон должен будет пройти из вершины *C* в вершину *M* кратчайшим путём.

В данном случае минимальный путь – это *C-D-G-H-K-M*.

Минимальное время, за которое почтальон доставит все письма, а потом дойдёт до кафе равно:

$$92 + 4+4+4+4+4 = 92 + 20 = 112 \text{ (мин.)}$$

Ответ: 112 мин.

Задание №2 (20 баллов) У Васи есть набор из семи шестерёнок. Используя их, он собрал двухступенчатую передачу, ведомая ось которой может вращаться с максимально возможной скоростью. Набор состоит из шестерней с 20, 25, 30, 60, 75, 90 и 100 зубьями соответственно. Ведущая ось передачи вращается с частотой 5 оборотов в минуту. Определите, сколько оборотов совершит ведомая ось передачи за 20 секунд.

Ответ: 30 оборотов

Решение

Передача с максимальной скоростью должна содержать переход с шестерёнок с возможно большим числом зубьев на шестерёнки с возможно меньшим числом зубьев.

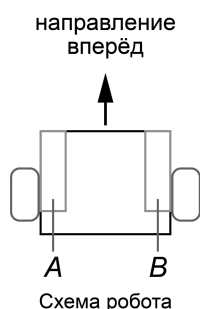
Нужно взять шестеренки со 100 и 90 зубьями в качестве ведущих и 20 и 25 зубьями в качестве ведомых.

Посчитаем, сколько оборотов сделает ведомая ось передачи за 20 секунд:

$$5 * (20 : 60) * (100 * 90 : (20 * 25)) = 30 \text{ (оборотов)}$$

Ответ: 30 оборотов.

Задание №3 (20 баллов) Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 20 см, диаметр колеса робота 10 см, $\pi \approx 3,14$. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В (см. *Схему робота*).



На роботе по середине между колёс расположен датчик освещенности. На робототехническом полигоне нарисован черный круг диаметром 60 см. Робот с помощью датчика движется по границе данного круга таким образом, что колесо В всегда находится внутри черного круга. При движении колёса робота и точка, в которой находится датчик, описывают концентрические окружности. Робот совершил один полный оборот по кругу. Определите, какой путь проделало колесо В за время одного полного оборота робота. Ответ дайте в

сантиметрах, приведя результат с точностью до целых. Для получения более точного ответа округление стоит производить только после получения финального результата.

Ответ: 126 см.

Решение

Колеса А и В, а также точка, расположенная по середине между колес, движутся по концентрическим окружностям.

Определим радиус окружности круга:

$$60 : 2 = 30 \text{ (см)}$$

Так как колесо В всегда находится внутри круга, по которому движется точка, расположенная по середине между колёс, то радиус окружности, по которой движется колесо В, меньше радиуса окружности, по которой движется точка, расположенная по середине между колёс.

Определим радиус окружности, по которой движется колесо В:

$$30 - (20 : 2) = 30 - 10 = 20 \text{ (см)}$$

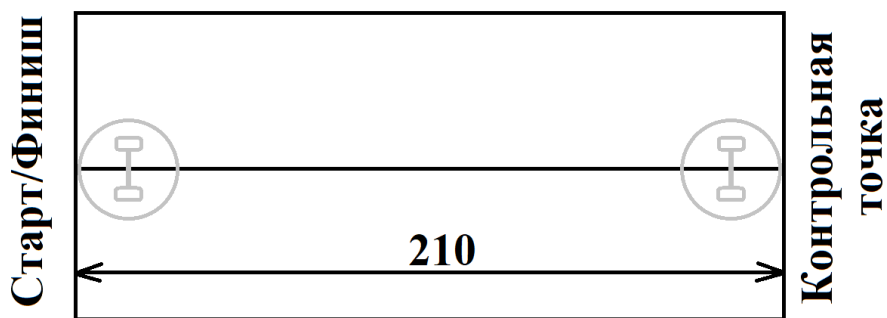
Определим длину окружности, по которой движется колесо В:

$$2 * 3,14 * 20 = 125,6 \text{ (см)}$$

$$125,6 \text{ см} \approx 126 \text{ см}$$

Ответ: 126 см.

Задание №4 (20 баллов) Робототехнический полигон имеет прямоугольную основу. К ней привинтили борта. В качестве разметки на полигоне нанесена толстая прямая линия, соединяющая середины противоположных сторон бортов. Линия расположена вдоль более длинной стороны основания. Расстояние между внутренними сторонами бортов поля, которые соединены линией, равно 2 м 10 см (см. Схему).



Схема

По заданию, робот должен проехать по прямой линии, коснуться противоположного бортика (контрольная точка), остановиться, переключить направление вращения моторов, после чего вернуться тем же путем обратно и финишировать. Чтобы старт и финиш были засчитаны, робот должен касаться бортиков любой точкой корпуса.

Компоненты робота установлены на деревянную основу, имеющую форму круга. Радиус основы робота равен 15 см. Робот оснащен двумя колесами,

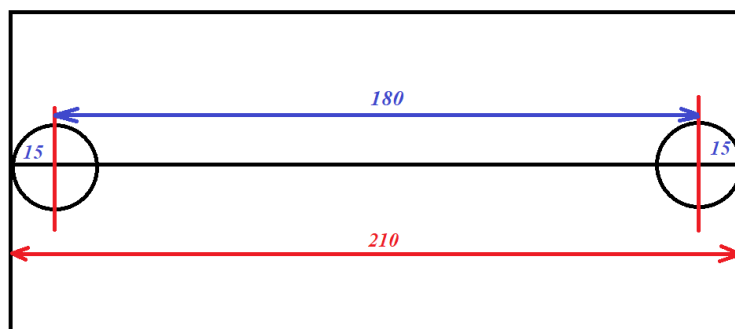
расположенными симметрично относительно центра робота. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) робота равна 20 см. Диаметры колёс одинаковые и равны 5 см.

На максимальной мощности моторов робота оси каждого из моторов совершают 4 оборота в секунду. Определите, за сколько секунд робот выполнит задание, если моторы робота работают с мощностью, равной половине от максимальной. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в секундах, округлив результат до целых. Для простоты считайте, что на переключения направления вращения моторов робот потратит ровно 2 секунды.

Ответ: 13 с

Решение

Сделаем рисунок:



Поскольку старт, середина пути и финиш определяются по касанию роботом стенок, а колёса расположены, то роботу нужно будет дважды проехать расстояние, равное

$$210 - (15+15) = 210 - 30 = 180 \text{ (см)}$$

Определим длину обода колеса робота:

$$\pi * 5 \approx 5 * 3,14 = 15,2 \text{ (см)}$$

Колёса робота будут вращаться с частотой

$$4 : 2 = 2 \text{ (об./с)}$$

Определим время, которое робот будет двигаться

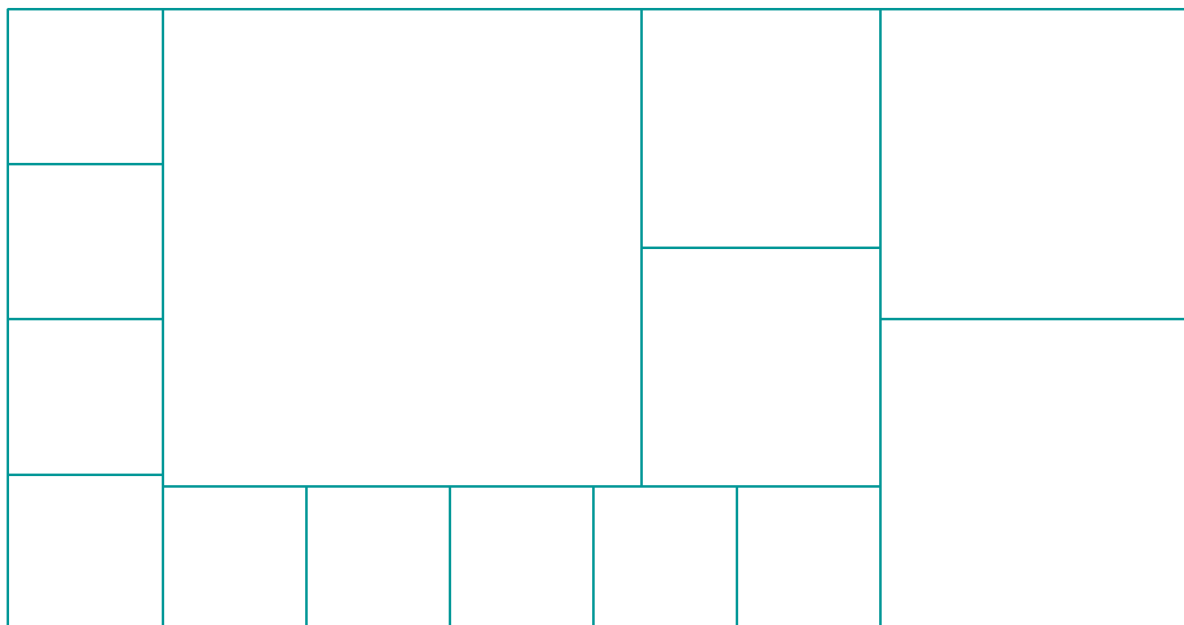
$$2 * 180 : (2 * 15,2) = 11,464... \approx 11 \text{ (с)}$$

Определим время, за которое робот выполнит задание:

$$11 + 2 = 13 \text{ (с)}$$

Ответ: 13 с.

Задание №5 (20 баллов) Прямоугольная основа для поля склеена из квадратных досок (см. рисунок). Были использованы доски пяти типов. Длина стороны самой большой из них равна 40 см.



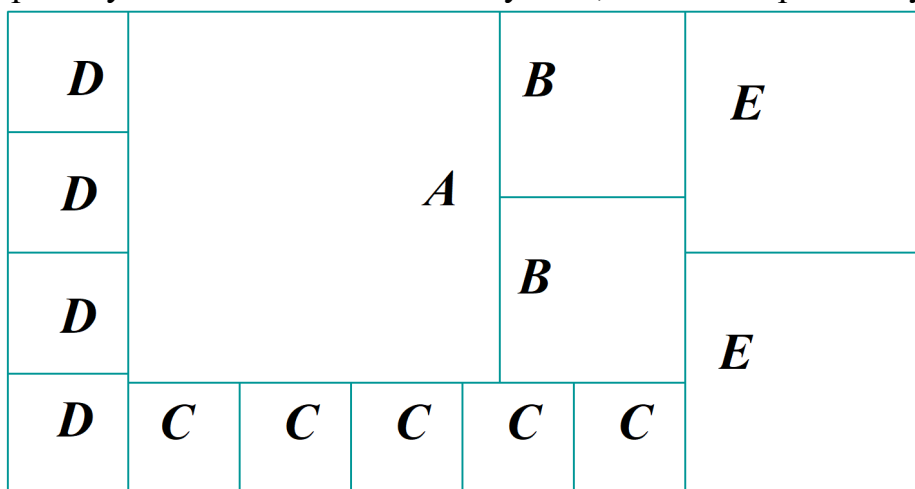
Рисунок

Определите, чему равна площадь получившейся прямоугольной основы. Ответ дайте в квадратных сантиметрах, приведя результат с точностью до целых.

Ответ: 5148 см².

Решение

Обозначим квадраты заглавными латинскими буквами. Поскольку у квадрата все стороны равны, то можно также для удобства считать, что длина каждой из сторон квадрата будет обозначена той же буквой, что и квадрат. Получим:



По рисунку видно, что длина стороны квадрата А в 2 раза больше, чем длина стороны квадрата В. Значит:

$$B = A : 2 = 40 : 2 = 20 \text{ (см)}$$

Длина пяти сторон квадратов С равна сумме длин сторон квадратов А и В:

$$5 * C = A + B = 40 + 20 = 60$$

Значит,

$$C = 60 : 5 = 12 \text{ (см)}$$

Длина четырех сторона квадратов D равна сумме длина квадратов A и C:

$$4 * D = A + C = 40 + 12 = 52$$

Тогда

$$D = 52 : 4 = 13 \text{ (см)}$$

Длина двух сторон квадратов E равна длинам четырех сторон квадратов D, то есть

$$4 * D = 2E$$

То есть

$$E = 4 * D : 2 = 52 : 2 = 26 \text{ (см)}$$

Теперь мы можем определить длину и ширину получившегося прямоугольника.

Длина прямоугольника будет равна:

$$D + 5C + E = 13 + 60 + 26 = 99 \text{ (см)}$$

Ширина прямоугольника равна 4D, то есть 52 см.

Значит, площадь прямоугольника равна:

$$99 * 52 = 5148 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: площадь основания равна 5148 см².

Ответы и критерии проверки

№	Ответ	Баллы
1	112 мин	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
2	30 оборотов	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
3	126 см	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
4	13 с	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
5	5148 см ²	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме