

Решение.

1. **Ответ: стакан с дробинкой – максимум; первый стакан – минимум.** Во всех стаканах к исходно одинаковым объемам воды V_0 добавились одинаковые объемы V воды из растаявшего льда, так как массы льда были исходно одинаковые. Наибольший уровень воды $V_0 + V + v$ будет в стакане с потонувшей дробинкой (v – объем дробинки), а наименьший – в первом стакане, где был лед с пустотой.
2. **Ответ: 7, 5.** Пусть собственная скорость лодки и скорость течения реки равны соответственно x км/ч и y км/ч. Если плот преодолеет расстояние S км между пристанями A и B за t часов, то

$$ty = (t - 6)(x + y) = (t - 5)(x - y)$$

$$(x + y)/y = t/(t - 6) \quad \text{и} \quad (x - y)/y = t/(t - 5).$$

Тогда

$$2 = (x + y)/y - (x - y)/y = t/(t - 6) - t/(t - 5) \Rightarrow 2(t - 5)(t - 4) = t.$$

Из последнего квадратного уравнения получаем $t = 4$ или $t = 15/2$. По условию задачи $t > 6$, поэтому $t = 15/2 = 7,5$ (часов)

3. **Ответ:** $10\sqrt{2359} = \sqrt{235900} \approx 486$ км/ч.

Нужная скорость находится из треугольника скоростей с известными сторонами 30 км/ч и 500 км/ч (это 1000 км за 2 часа) и углом между ними 60° . Легче всего это сделать по теореме косинусов. Но так как она в 7-8 классах еще не изучается, можно дважды воспользоваться теоремой Пифагора. Вначале находится катеты «большого» прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° , равные $500/2 = 250$ и $250\sqrt{3}$. После этого нужная скорость это гипотенуза «маленького» треугольника с катетами $250\sqrt{3}$ и $250 - 30 = 220$. Квадрат скорости получается равным $(250\sqrt{3})^2 + 220^2 = 100 \cdot (625 \cdot 3 + 484) = 100 \cdot 2359$, откуда скорость равна $10\sqrt{2359}$ км/ч.

Для получения ближайшего целого нужно или уметь вычислять корни «в столбик», или, сделав «контрольные» возведения в квадрат, постепенно «подобраться» к ближайшему целому (примерно 5 минут вычислений в столбик). В «чистовике» достаточно написать, что $485,5^2 < 235900 < 486$. Это означает, что ближайшее целое есть 486.

Приближенное значение (для контроля): 485,695...

4. **Ответ: 11:57:54.** На скачивание $96 - 84 = 12$ Мб ей потребовалось $30 - 12 = 18$ секунд. Это означает, что скорость скачивания равна $12/18 = 2/3$ Мб/сек.

Тогда на скачивание 84 Мб ей потребовалось $84 : \frac{2}{3} = 126$ сек., а поэтому Глафира начала скачивание ролика за 2 минуты и 6 секунд до полудня. Значит, время начала скачивания ролика: 11 часов, 57 минут, 54 секунды.

5. **Ответ:** 45%. Уравнение теплового баланса при достижении теплового равновесия:

$$cm(T_1 - T_e) = \frac{cm}{9}(T_e - T_2) \Rightarrow T_e = \frac{9T_1 + T_2}{10} \quad (1)$$

В момент времени t_0 уравнение теплового баланса:

$$cm(T_1 - T') = \frac{cm}{9}(T'' - T_2) \quad (2)$$

Обозначим $\frac{T'}{T_e} = 1 + \alpha$ ($\alpha = 0,05$); $\frac{T''}{T_e} = 1 - \beta$ (β – искомая величина).

Из (2) с учетом (1) и обозначений:

$$9(T_1 - T') = (T'' - T_2) \Rightarrow 9T' + T'' = 9T_1 + T_2; 9T' + T'' = T_e \Rightarrow 9(1 + \alpha) + (1 - \beta) = 10$$

И так, $\beta = 9\alpha = 0,45$