

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» по математике
2022/23 уч.г.

Финальный тур. *Время выполнения заданий 180 минут*

8 класс

- 8.1. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 5, с суммой цифр 100. Ответ обоснуйте.
- 8.2. Даны два взаимно простых натуральных числа p и q , отличающиеся больше, чем на единицу. Докажите, что существует такое натуральное n , что числа $p + n$ и $q + n$ не будут взаимно простыми.
- 8.3. О данном треугольнике и данном четырехугольнике известно следующее: для любых двух углов треугольника найдется угол четырехугольника, по величине равный сумме этих двух углов треугольника. Докажите, что треугольник равнобедренный.
- 8.4. В отряде космонавтов 20 человек, у каждого – не менее 15 друзей в отряде. В космос требуется отправить экипаж, в котором все дружат между собой. Обязательно ли удастся сформировать экипаж а) из четырех человек? б) из пяти человек?
- 8.5. В каждую клетку клетчатого квадрата 9×9 записаны нули. Требуется за несколько ходов составить магический квадрат (сумма во всех строках и столбцах должна быть равна одному и тому же числу). Можно ли это сделать, если за один ход разрешается а) выбрать строку и прибавить положительное число к любым двум соседним клеткам в выбранной строке, причем прибавляемое число разрешается менять от хода к ходу; б) прибавить единицу к любым двум соседним по стороне клеткам?