

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» по математике
2023/2024 уч.г.

Финальный тур.

Время выполнения заданий 180 минут.

Каждая из пяти задач данной олимпиады оценивается, исходя из максимума в 20 баллов. Таким образом, максимальный результат участника может быть 100 баллов.

10 класс

- 10.1.** Найдите наименьшее возможное значение суммы $x + y + z$ трех положительных чисел x, y, z , удовлетворяющих соотношению $xy + yz + xz = 27$.
- 10.2.** Дан треугольник ABC периметра P с углом A , равным α . Найдите радиус вневписанной окружности, касающейся BC и продолжений сторон AB и AC .
- 10.3.** Для всех действительных параметров $a \in [0; 180]$ определите, сколько раз в течение суток угол между часовой и минутной стрелками часов составляет a градусов. (Угол между стрелками понимается как угол между векторами и принимает значения от 0 до 180 градусов).
- 10.4.** Можно ли утверждать, что если для рациональных чисел a, b, c сумма $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$ является рациональным числом, то $a = b = c = 0$?
- 10.5.** В клетчатом квадрате 8×8 две клетки одной строки или столбца назовем *диполем*, если между ними ровно две клетки. Петя решил отметить как можно больше диполей, закрашивая разными цветами разные диполи (а обе клетки одного и того же диполя – одним цветом). Какое наибольшее количество диполей он сможет закрасить?