

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» по математике
2023/2024 уч.г.

Финальный тур.

Время выполнения заданий 180 минут.

Каждая из пяти задач данной олимпиады оценивается, исходя из максимума в 20 баллов. Таким образом, максимальный результат участника может быть 100 баллов.

11 класс

- 11.1.** Дан треугольник ABC , в который вписана окружность с центром O . Пусть M и N – точки касания вписанной окружности со сторонами AB и AC . Известно, что $AO = 2 \cdot MN$. Найдите $\angle A$.
- 11.2.** Для всех действительных параметров $a \in [0; 1]$ определите число корней уравнения $\left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = a$ на полуинтервале $[0; 24)$.
- 11.3.** а) Изобразите на координатной плоскости множество A , заданное неравенством $x^2 y^2 < 2 - xy$. б) Докажите, что любые две точки множества A можно соединить внутри A либо отрезком, либо ломаной из двух звеньев.
- 11.4.** Можно ли утверждать, что если для рациональных чисел a, b, c сумма $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$ является рациональным числом, то $a = b = c = 0$?
- 11.5.** В клетчатом квадрате 8×8 две клетки одной строки или столбца назовем *диполем*, если между ними ровно две клетки. Петя решил отметить как можно больше диполей, закрашивая разными цветами разные диполи (а обе клетки одного и того же диполя – одним цветом). Какое наибольшее количество диполей он сможет закрасить?