

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» по математике
Финальный тур 19.01.2025

Каждая из пяти задач данной олимпиады оценивается, исходя из максимума в 20 баллов. Таким образом, максимальный результат участника может быть 100 баллов.

10 класс

- 10.1.** Решите уравнение $64(x^2 + x)^3 + 1 = 0$.
- 10.2.** Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 2$ и $BC = 1$. Боковая сторона AB , равная 1, перпендикулярна основаниям. На сторонах BC и CD взяты соответственно точки M и N такие, что $\angle MAN = 45^\circ$. Найдите все углы треугольника MAN .
- 10.3.** Дан прямоугольный треугольник, у которого численные значения периметра и площади – числа рациональные. Обязательно ли **а)** длина гипотенузы – рациональное число? **б)** длина биссектрисы прямого угла – иррациональное число?
- 10.4.** Сколько решений в целых числах x, y имеет уравнение $6x^2 + 2xy + y + x = 2025$?
- 10.5.** Докажите, что 20 натуральных чисел: от 1 до 20 можно разбить на две группы так, чтобы сумма чисел первой группы равнялась произведению чисел второй. **а)** Какое наименьшее и **б)** какое наибольшее количество чисел может быть во второй группе?